



# Contribution à la modélisation, l'analyse et l'optimisation de lois de commande pour convertisseurs DC-DC de puissance.

Ali Jaafar

## ► To cite this version:

Ali Jaafar. Contribution à la modélisation, l'analyse et l'optimisation de lois de commande pour convertisseurs DC-DC de puissance.. Autre. Supélec, 2011. Français. NNT : 2011SUPL0017 . tel-00644419v2

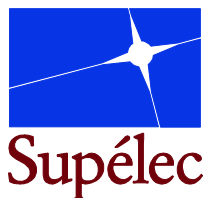
**HAL Id: tel-00644419**

**<https://theses.hal.science/tel-00644419v2>**

Submitted on 9 Jan 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N° d'ordre : 2011-17-TH

# THÈSE DE DOCTORAT

**SPECIALITE : PHYSIQUE**

**Ecole Doctorale « Sciences et Technologies de l'Information des  
Télécommunications et des Systèmes »**

*Présentée par :*

**Ali JAAFAR**

Sujet :

Contribution à la modélisation, l'analyse et l'optimisation de lois de commande pour convertisseurs DC-DC de puissance

Soutenue le 14 novembre 2011 devant les membres du jury :

<b>M. Maurice FADEL</b>	ENSEEIH/INPT	Rapporteur
<b>M. Emmanuel GODOY</b>	SUPELEC	Directeur de thèse
<b>M. Pierre LEFRANC</b>	SUPELEC	Co-directeur de thèse
<b>Mme. Xuefang LIN-SHI</b>	INSA de Lyon	Examinatrice
<b>M. Eric MONMASSON</b>	Université de Cergy-Pontoise	Président
<b>M. Romeo ORTEGA</b>	CNRS/L2S/SUPELEC	Examineur
<b>M. Eric OSTERTAG</b>	Université de Strasbourg	Rapporteur
<b>M. Jean-Marie RETIF</b>	INSA de Lyon	Examineur



*À mes parents  
et mon frère*

*To my parents  
and brother*





# *Remerciements*

*Je tiens à exprimer ma plus grande reconnaissance à mes directeurs de thèse, Monsieur Emmanuel Godoy et Monsieur Pierre Lefranc, pour la qualité de leur encadrement. Par leurs conseils et leur disponibilité, ils ont su m'aider à mener à bien mes travaux de recherche. J'ai beaucoup appris de leur expérience.*

*Je remercie très sincèrement Monsieur Maurice Fadel et Monsieur Eric Ostertag de m'avoir fait l'honneur de juger mon travail en tant que rapporteurs. Leurs remarques m'ont aidé à améliorer concrètement la qualité du manuscrit et le fond du travail.*

*Je remercie également Monsieur Eric Monmasson d'avoir accepté de présider mon jury de thèse.*

*Je tiens à remercier Madame Xuefang Lin-Shi et Monsieur Romeo Ortega d'avoir accepté de faire partie et de mon jury de thèse, et pour leurs collaborations et accueil dans leurs laboratoires, qui ont permis d'enrichir les travaux de recherche de cette thèse.*

*Mes remerciements vont également à Monsieur Jean-Marie Rétif d'avoir accepté de faire partie du jury de la thèse, et pour ses discussions et conseils.*

*Que soient remerciés Monsieur Patrick Boucher, chef du département Automatique de Supélec, et Monsieur Jean-Claude Vannier, chef du département Electrotechnique et Systèmes d'Energie de Supélec, pour m'avoir chaleureusement accueilli dans leurs laboratoires et m'avoir fourni les conditions nécessaires au bon déroulement de ma thèse.*

*Je suis très reconnaissant à Monsieur Akram Fayaz pour sa collaboration, ses conseils judicieux et nos discussions stimulantes et fructueuses durant la thèse.*

*Je remercie très chaleureusement l'ensemble du personnel et des doctorants des départements Automatique et Electrotechnique et Systèmes d'Energie de Supélec pour l'ambiance agréable qu'ils ont su créer, et pour le bon temps passé ensemble.*

*J'adresse en fin toute ma reconnaissance à ma famille et mes amis qui m'ont toujours accompagné, soutenu et aidé dans la vie.*



# Avant-propos

Les travaux de recherche effectués dans le cadre de cette thèse se sont déroulés au sein des départements Automatique et Electrotechnique et Systèmes d'Energie de SUPELEC dans l'équipe de recherche E3S. Ils ont donné aussi l'occasion de collaborer avec le laboratoire Ampère de l'INSA de Lyon et le laboratoire des signaux et systèmes à SUPELEC. Les résultats ont donné lieu à plusieurs publications dans des revues et des conférences internationales avec comité de lecture. Nous les citons dans la suite.

## Articles soumis dans des revues avec comité de lecture

A. Jaafar, A. Alawieh, R. Ortega, E. Godoy and P. Lefranc, "PI Stabilization of Power Converters with Partial State Measurements", IEEE Transactions on Control Systems Technology. Submitted for review.

A. Jaafar, E. Godoy, P. Lefranc, X. Lin-Shi, N. Li and B. Boissière, "Passivity with Immersion & Invariance for Modelling, Control and Observation of High Order DC-DC Converters", IET Control Theory & Applications. Submitted for review.

## Publications dans des conférences internationales avec actes

A. Jaafar, P. Lefranc, E. Godoy, X. Lin-Shi, A. Fayaz, and N. Li, "Experimental validation with a control point of view analysis of the SEPIC converter", in Proc IEEE Industrial Electronics Society Conference, Porto, 2009, pp. 467-472.

A. Jaafar, E. Godoy, P. Lefranc, X. Lin Shi, "Comparing control laws for DC-DC converters. Application to the SEPIC converter", in Proc. International Francophone Control Conference, Nancy, France, 2010. In French: « Comparaison des lois de commande pour convertisseurs DC-DC. Application au convertisseur SEPIC », Conférence internationale francophone d'automatique, CIFA 2010, Nancy, France, 2010.

N. Li, X. Lin-Shi, A. Jaafar, E. Godoy, P. Lefranc, "Integral sliding mode controllers for SEPIC converters", in 29th Chinese Control Conference, 29 July- 2 August 2010, Beijing, China.

A. Jaafar, E. Godoy, P. Lefranc, X. Lin-Shi, A. Fayaz, and N. Li, "Nonlinear Sliding Mode observer and control of high order DC-DC converters", IEEE Industrial Electronics Society Conference, Glendale, AZ, USA, November 2010, pp. 174–180.

N. Li, X. Lin-Shi, P. Lefranc, E. Godoy, A. Jaafar, B. Allard, "High frequency digital control for SEPIC based on FPGA", ELECTRIMACS 2011, 6-8 June 2011, Paris, France.

N. Li, X. Lin-Shi, P. Lefranc, E. Godoy, A. Jaafar, “Implementation of SEPIC Converters”, ISIE 2011, IEEE International Symposium on Industrial Electronics, 27-30 June 2011, Gdansk, Poland.

N. Li, X. Lin-Shi, P. Lefranc, E. Godoy, A. Jaafar, B. Allard, “Universal DC-DC converter using SEPIC”, EPE 2011, 14th European Conference on Power Electronics and Applications, 30 August-1 September 2011, Birmingham, UK.

A. Alawieh, A. Jaafar, R. Ortega, E. Godoy and P. Lefranc, “Observer-Based PI Stabilization of Power Converters”, American Control Conference 2012. Submitted for review.

## **Communications sans actes**

Xuefang Lin-Shi, Pierre Lefranc, Emmanuel Godoy, Nan Li et Ali Jaafar, « Commande directe d'une structure SEPIC, développement d'une brique convertisseur DC/DC universel » Journées SEEDS, Grenoble, 8-9 juin 2009.

Ali Jaafar, Emmanuel Godoy, Pierre Lefranc et Xuefang Lin-Shi, « Observateurs et comparaison des lois de commande pour convertisseurs DC-DC. Application au convertisseur SEPIC » Séminaire à l'INSA de Lyon, 20 mai 2010.

Ali Jaafar, Emmanuel Godoy, Pierre Lefranc et Xuefang Lin-Shi, « Modélisation, commande et observation par des approches énergétiques pour convertisseurs DC-DC » Séminaire à l'INSA de Lyon, 01 février 2011.

# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>v</b>
<b>Avant-propos</b>	<b>vii</b>
<b>Table des matières</b>	<b>ix</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xiii</b>
<b>Table des figures</b>	<b>xv</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>1 Modélisation des convertisseurs DC-DC</b>	<b>7</b>
1.1 État de l’art des modèles pour convertisseurs DC-DC . . . . .	7
1.1.1 Modèles continus . . . . .	9
1.1.1.1 Ordre réduit . . . . .	10
1.1.1.2 Ordre plein . . . . .	13
1.1.1.3 Ordre plein corrigé . . . . .	19
1.1.2 Modèles discrets . . . . .	23
1.1.2.1 Modèle linéaire . . . . .	23
1.1.2.2 Modèle bilinéaire . . . . .	24
1.1.2.3 Modèle bilinéaire amélioré . . . . .	24
1.1.2.4 Modèles non linéaires . . . . .	25
1.1.3 Modèles hybrides . . . . .	28
1.1.4 Modèles linéaires à paramètres variants . . . . .	30
1.1.5 Modèles énergétiques . . . . .	31
1.2 Discussion sur les modèles . . . . .	33
1.3 Choix des modèles et conclusion . . . . .	35
<b>2 Analyse du point de vue de la commande</b>	<b>37</b>
2.1 Pré-dimensionnement et analyse du fonctionnement quasi-statique	38
2.1.1 Pré-dimensionnement des éléments passifs . . . . .	39

2.1.1.1	Relation entrée/sortie . . . . .	41
2.1.1.2	Conditions de conduction continue . . . . .	41
2.1.1.3	Pré-dimensionnement de $L_1$ . . . . .	42
2.1.1.4	Pré-dimensionnement de $L_2$ . . . . .	43
2.1.1.5	Pré-dimensionnement de $C_2$ . . . . .	43
2.1.1.6	Pré-dimensionnement de $C_1$ . . . . .	43
2.1.2	Pré-dimensionnement du MOSFET et de la diode . . . . .	44
2.1.2.1	MOSFET, pertes en conduction . . . . .	44
2.1.2.2	MOSFET, pertes en commutation . . . . .	44
2.1.2.3	MOSFET, contraintes maximales . . . . .	45
2.1.2.4	Diode, pertes en conduction . . . . .	45
2.1.2.5	Diode, contraintes maximales . . . . .	45
2.1.3	Résultats numériques . . . . .	46
2.2	Marges de fonctionnement . . . . .	47
2.3	Effet des zéros instables . . . . .	49
2.4	Corrélation du modèle moyen . . . . .	55
2.4.1	Caractérisation et corrélation en boucle ouverte . . . . .	55
2.4.2	Caractérisation et corrélation en boucle fermée . . . . .	58
2.5	Conclusions . . . . .	59
<b>3</b>	<b>Commande et observation par modes glissants</b>	<b>63</b>
3.1	Principes généraux de la commande par modes glissants . . . . .	63
3.1.1	Commande discontinue . . . . .	65
3.1.2	Commande continue . . . . .	69
3.1.3	Application à un convertisseur de type SEPIC . . . . .	71
3.1.3.1	Modes glissants du premier ordre . . . . .	74
3.1.3.2	SMC du second ordre . . . . .	77
3.1.4	Simulation et validation expérimentale des performances . . . . .	81
3.1.4.1	Réglage du régulateur P.I. . . . .	81
3.1.4.2	Commande par retour d'état . . . . .	82
3.1.4.3	Commande par modes glissants : analyse des résultats obtenus . . . . .	82
3.1.5	Analyse de robustesse . . . . .	88
3.2	Synthèse des observateurs par modes glissants . . . . .	90
3.2.1	Synthèse de l'observateur . . . . .	92
3.3	Conclusions . . . . .	95
<b>4</b>	<b>Modélisation et commande par approches énergétiques</b>	<b>97</b>
4.1	Modélisation par approches énergétiques . . . . .	98
4.1.1	Le modèle d'EULER-LAGRANGE . . . . .	99
4.1.1.1	Principe de la modélisation d'EULER-LAGRANGE . . . . .	99

4.1.1.2	Application aux convertisseurs . . . . .	99
4.1.2	Le modèle Hamiltonien . . . . .	103
4.1.2.1	Principe de la modélisation Hamiltonienne . . . . .	103
4.1.2.2	Application aux différents convertisseurs . . . . .	105
4.1.3	Modulation de largeur d'impulsion et modélisation moyenne (PWM) . . . . .	109
4.2	La passivité : principes, théorèmes et méthodes . . . . .	110
4.2.1	Principes de la passivité . . . . .	110
4.2.2	Exemple de système passif : le circuit RLC série . . . . .	111
4.2.3	Définitions et propriétés de la passivité . . . . .	112
4.2.4	Méthodes de synthèse de lois de commande par passivité . . . . .	113
4.2.4.1	Injection d'amortissement (DI) . . . . .	113
4.2.4.2	Assignation d'interconnexion et d'amortissement (IDAPBC) . . . . .	115
4.3	Commande des convertisseurs DC-DC par passivité . . . . .	117
4.3.1	Le convertisseur <i>Buck</i> . . . . .	117
4.3.1.1	Synthèse par "damping injection" (DI) . . . . .	117
4.3.1.2	Correction par IDAPBC . . . . .	120
4.3.2	Le convertisseur <i>Boost</i> . . . . .	125
4.3.2.1	Correction par "damping injection" . . . . .	125
4.3.2.2	Correction par IDAPBC . . . . .	126
4.3.3	Le convertisseur SEPIC . . . . .	127
4.3.3.1	Correction par IDAPBC modifiée . . . . .	128
4.3.3.2	Correction PI passive . . . . .	133
4.4	Conclusions . . . . .	135
<b>5</b>	<b>Observation et estimation par immersion et invariance</b> . . . . .	<b>137</b>
5.1	Principe d'immersion & invariance . . . . .	138
5.2	Principe général d'estimation des paramètres utilisant l'I&I . . . . .	140
5.3	Principe d'observation utilisant l'I&I . . . . .	141
5.4	Observateur pour la loi PI passive . . . . .	143
5.4.1	Synthèse de l'observateur . . . . .	143
5.4.2	Stabilité observateur-régulateur PI passif . . . . .	147
5.4.3	Application au convertisseur SEPIC . . . . .	150
5.4.4	Résultats en simulation et expérimentaux . . . . .	154
5.4.4.1	Simulations . . . . .	155
5.4.4.2	Résultats expérimentaux . . . . .	157
5.5	Estimateur et observateur pour la loi IDAPBC . . . . .	159
5.5.0.3	Estimateur de charge . . . . .	160
5.5.0.4	Observateur . . . . .	162
5.5.0.5	Stabilité globale . . . . .	166



5.5.0.6	Simulations et résultats expérimentaux . . . . .	168
5.6	Conclusions . . . . .	172
	<b>Conclusions générales et perspectives</b>	<b>175</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>179</b>

# Liste des tableaux

1.1	Classification des modèles analytiques pour les convertisseurs DC-DC . . . . .	10
2.1	Valeurs numériques des éléments passifs . . . . .	46
2.2	Valeurs maximales du MOSFET et diode . . . . .	47
2.3	Pertes et rendement du circuit . . . . .	47
4.1	Paramètres du convertisseur Buck . . . . .	119
4.2	Paramètres du convertisseur Boost . . . . .	125
4.3	Valeurs des composants du convertisseur SEPIC . . . . .	132
4.4	Paramètres de réglage pour le convertisseur SEPIC . . . . .	132
5.1	Paramètres de l'estimateur et de l'observateur . . . . .	168



# Table des figures

1	Convertisseur Buck . . . . .	3
2	Convertisseur Boost . . . . .	3
3	Convertisseur Buck-Boost . . . . .	3
4	Convertisseur Ćuk . . . . .	3
5	Convertisseur SEPIC . . . . .	3
1.1	Schéma du convertisseur Buck . . . . .	9
1.2	Formes d'onde du courant en CCM et DCM . . . . .	9
1.3	Convertisseur Buck-Boost et interrupteur PWM . . . . .	14
1.4	Circuit équivalent linéaire en CCM . . . . .	15
1.5	Interrupteur PWM en DCM . . . . .	15
1.6	Circuit équivalent non linéaire en DCM . . . . .	16
1.7	Schéma du convertisseur boost . . . . .	18
1.8	Implantation du modèle numérique proposé . . . . .	22
1.9	Nouvel intervalle de discrétisation pour le modèle utilisant le théo- rème de Cayley-Hamilton . . . . .	26
1.10	Représentation linéaire fractionnaire . . . . .	31
2.1	Schéma du convertisseur SEPIC . . . . .	39
2.2	Chronogrammes des courants et tensions en mode CCM pour le convertisseur SEPIC . . . . .	40
2.3	Courbes de fonctionnement de la structure SEPIC et frontière CCM/DCM	42
2.4	Tension/courant au sein du MOSFET . . . . .	44
2.5	Mise en évidence des temps de montée et de descente des com- mutations du MOSFET . . . . .	45
2.6	Modes et régions d'opération selon $R$ et $D$ . . . . .	48
2.7	Adaptation de la trajectoire de référence . . . . .	50
2.8	Réponse fréquentielle et positions des zéros selon la variation de $D$	52
2.9	Evolution de la partie réelle des zéros selon la variation de $D$ . . .	53
2.10	Réponse fréquentielle et positions des zéros selon la variation de $R$	53
2.11	Evolution de la partie réelle des zéros selon la variation de $R$ . . .	53
2.12	Lieux de la paire des zéros complexes selon la variation de $D$ . . .	54

2.13	Lieux de la paire des zéros complexes selon la variation de $R$ . . .	54
2.14	Modèle de circuit moyenné du SEPIC . . . . .	56
2.15	Variation de la tension de sortie en fonction du rapport cyclique en boucle ouverte . . . . .	57
2.16	Réponse fréquentielle en boucle ouverte . . . . .	57
2.17	Prototype expérimental (droite) avec banc de variation de charge (gauche) . . . . .	59
2.18	Variation de la consigne pour PI . . . . .	60
2.19	Variation de charge pour PI . . . . .	60
3.1	Schéma du convertisseur Ćuk . . . . .	64
3.2	Comportement des trajectoires sous une commande par modes glissants . . . . .	67
3.3	Région d'attraction pour des lignes parallèles . . . . .	68
3.4	Région d'attraction pour des lignes sécantes . . . . .	68
3.5	Phénomène de réticence . . . . .	69
3.6	Fonction de saturation pour réduire la réticence . . . . .	71
3.7	Schéma du convertisseur SEPIC . . . . .	73
3.8	Marge de phase en fonction de $k_1$ et $k_2$ . . . . .	79
3.9	Bande passante en fonction de $k_1$ et $k_2$ . . . . .	79
3.10	Illustration des conditions d'attraction . . . . .	81
3.11	Résultats de simulation et expérimentaux des deux stratégies de SMC pour une variation de la consigne de 20V à 22V . . . . .	83
3.12	Prototype expérimental (droite) avec banc de variation de charge (gauche) . . . . .	84
3.13	Résultats de simulation des trois types de commande pour une variation de la consigne de 20V à 22V . . . . .	85
3.14	Résultats expérimentaux des trois types de commande pour une variation de la consigne de 20V à 22V . . . . .	85
3.15	Résultats de simulation des trois types de commande pour une faible variation de charge, entre $22\Omega$ et $18\Omega$ à $V_e=20V$ et $25V$ . .	86
3.16	. Résultats expérimentaux des trois types de commande pour une faible variation de charge, entre $22\Omega$ et $18\Omega$ à $V_e=20V$ et $25V$ . .	86
3.17	Résultats de simulation des trois types de commande pour une forte variation de charge, entre $44\Omega$ et $22\Omega$ à $V_e=15V$ et $20V$ . .	87
3.18	Résultats expérimentaux des trois types de commande pour une forte variation de charge, entre $44\Omega$ et $22\Omega$ à $V_e=15V$ et $20V$ . . .	87
3.19	Modèle pour l'analyse de la robustesse structurée . . . . .	90
3.20	Bornes supérieures de $\mu(M(j\omega))$ . . . . .	91
3.21	Réponse en simulation et expérimentale à une variation de 2V de la consigne en présence de l'observateur . . . . .	94

4.1	Schéma du convertisseur Boost . . . . .	100
4.2	Schéma du convertisseur SEPIC . . . . .	101
4.3	Circuit RLC série . . . . .	111
4.4	Schéma du convertisseur Buck . . . . .	118
4.5	Résultats en simulation obtenus avec la loi de commande "damping injection" en fixant $x_{1d}$ pour un convertisseur Buck . . . . .	119
4.6	Diagramme de Bode du système en boucle ouverte avec le régulateur DI pour Buck . . . . .	120
4.7	Résultats en simulation et expérimentaux de la loi de commande IDAPBC pour Buck . . . . .	122
4.8	Diagramme de Bode du système discret en boucle ouverte avec le régulateur IDAPBC pour Buck . . . . .	123
4.9	Résultats en simulation du système discret et expérimentaux de la loi de commande IDAPBC pour Buck . . . . .	123
4.10	Résultats obtenus en simulation des lois de commande obtenues par DI, en fixant $x_{1d}$ , et IDAPBC avec le convertisseur Buck . . . . .	124
4.11	Simulations des lois de commande obtenues par DI et IDAPBC avec le convertisseur Boost . . . . .	127
4.12	Résultats en simulation et expérimentaux avec la loi IDAPBC modifiée pour le convertisseur SEPIC . . . . .	132
4.13	Résultats en simulation et expérimentaux pour le convertisseur SEPIC avec le régulateur PI passif . . . . .	135
5.1	Illustration graphique de l'approche I&I . . . . .	138
5.2	Schéma du convertisseur SEPIC . . . . .	151
5.3	Erreur d'observation $\hat{x}_1 - x_1$ pour $P_{13} = 0,5$ et $K \geq K_{min} = 4545$ . . . . .	155
5.4	Erreur d'observation $\hat{x}_1 - x_1$ pour $K = 1$ et $P_{13} \leq 0,0001$ . . . . .	156
5.5	Erreur d'observation $\hat{x}_1 - x_1$ pour $P_{13} = 0,5$ et $K = 800 < K_{min} = 4545$ . . . . .	156
5.6	Tension de sortie $\frac{x_4}{C_2}$ pour des différents réglages des gains PI . . . . .	157
5.7	Erreurs d'observation $\hat{x}_i - x_i, i = 1, 2, 3$ , pour une variation de la résistance de charge 100% . . . . .	158
5.8	Évolution de la tension de sortie en réponse une variation de 100% de la résistance de charge . . . . .	159
5.9	Évolution expérimentale de la tension de sortie $\frac{x_4}{C_2}$ en réponse à une variation de consigne de 2 volts . . . . .	160
5.10	Réponses en simulation aux variations de la consigne et de la charge . . . . .	169
5.11	Réponses expérimentales aux variations de la consigne et de la charge . . . . .	169
5.12	Réponses en simulation et expérimentales à la variation de la consigne . . . . .	170
5.13	Réponses en simulation et expérimentales à la variation de la charge . . . . .	170

5.14 Valeurs réelle et estimée en simulation de la résistance de charge	171
---	-----

# Introduction générale

L'UTILISATION des convertisseurs de puissance et plus généralement des systèmes d'électronique de puissance pour des applications devient de plus en plus importante. Les domaines sont principalement les applications domestiques (téléphonie mobile, ordinateurs, électroménager, etc.), l'industrie automobile (avec surtout l'électrification de fonctions et l'apparition de véhicules hybrides et électriques), l'aéronautique (avec principalement l'"avion plus électrique"), le domaine ferroviaire, les énergies renouvelables (panneaux solaires photovoltaïques, éoliennes, etc.), les réseaux de transport d'énergie électrique (avec l'apparition des liaisons à courant continu), etc.

D'un point de vue un peu plus technique, les convertisseurs de puissance sont organisés en grandes familles fondées sur des principes de conversion : continu-continu, continu-alternatif (onduleurs), alternatif-continu (redresseurs) et alternatif-alternatif. Dans ces travaux, nous nous intéressons à la famille des convertisseurs *continu-continu* car elle représente en quelque sorte la base des topologies connues en électronique de puissance (abaisseur, élévateur, inverseur, flyback, forward, etc.) et des phénomènes physiques essentiels à la compréhension de tous les autres convertisseurs (notion de base de *cellule de commutation*).

Les convertisseurs continu-continu ou commercialement appelés DC-DC constituent une partie essentielle des alimentations de puissance. En effet, on trouve ces convertisseurs dans de nombreuses applications à différents niveaux de puissance. Par exemple, à des faibles puissances (quelques watts) dans des chargeurs et alimentations de téléphones portables, à des puissances moyennes (quelques centaines de watts) dans des alimentations industrielles, et aussi à des fortes puissances (quelques kW) pour des applications de soudage électrique par exemple.

Les convertisseurs DC-DC ont donc un rôle très important dans les systèmes de conversion d'énergie. Pour ce type de fonction, plusieurs topologies de circuits sont proposées. Nous pouvons les classer généralement par les topologies simples, qui sont les convertisseurs DC-DC de second ordre du point de vue de la modélisation mathématique, et les topologies complexes, qui sont ceux d'ordre plus élevé. Pour les topologies simples nous citons les convertisseurs de second ordre de type Buck (abaisseur), Boost (élévateur) et Buck-Boost (inverseur). Pour



ceux d'ordre élevé, nous citons les convertisseurs Ćuk et SEPIC (de l'anglais : Single-Ended Primary Inductor Converter) de quatrième ordre. Du point de vue de l'électronique de puissance, chacun de ces convertisseurs a des avantages et des inconvénients. Les schémas des différents convertisseurs DC-DC cités sont donnés sur les Fig. 1 à 5.

Parmi les convertisseurs DC-DC de base, le SEPIC présente beaucoup d'avantages et très peu d'inconvénients par rapport aux autres. En effet, cette topologie SEPIC présente plusieurs éléments intéressants. Le premier et le plus important, est le fonctionnement abaisseur-élevateur avec une tension de sortie ayant la même polarité que la tension d'entrée. Ensuite, la commande de l'interrupteur est référencée par rapport à la masse, ce qui simplifie l'électronique de commande rapprochée du MOSFET (interrupteur). Pour cela, il peut aussi parfois être préféré pour les applications de correction du facteur de puissance pour la famille des convertisseurs alternatif-continu. De ce fait, il a donné naissance au concept générique de « convertisseur universel » (termes quelque peu ambitieux mais qui donnent une vision claire de la fonction recherchée).

Cependant, ce convertisseur n'est pas encore exploité pour tous ses avantages en raison des difficultés de régulation de la tension de sortie. En effet, afin de réaliser ces tâches, le convertisseur SEPIC (comme les autres convertisseurs DC-DC) se trouve dans des environnements soumis à des perturbations, c'est-à-dire que la tension d'entrée et la puissance de sortie sont variables dans le temps, ce qui fait varier son point de fonctionnement. La régulation est rendue difficile non seulement du fait qu'il soit un système d'ordre élevé mais essentiellement par la présence d'une paire de zéros, complexes conjugués, dans le demi-plan droit et dont la pulsation caractéristique dépend du point de fonctionnement. L'emplacement de ces zéros s'approche de la bande passante souhaitée et la limite. Par conséquent, du point de vue de l'automatique, le problème de la stabilisation, tout en assurant de très bonnes performances a été un défi moteur pour ces travaux de recherche.

Les difficultés de la commande nous ont amenés à choisir en particulier ce convertisseur pour tester et évaluer les lois de commande proposées dans le cadre de ces travaux. Nous nous intéressons donc dans cette thèse à une analyse approfondie du SEPIC pour comprendre les réels enjeux et défis précis afin de pouvoir synthétiser des lois de commande efficaces et robustes qui répondent aux cahiers des charges industriels. De ce fait, nous illustrerons plus spécifiquement nos approches et méthodologies sur le convertisseur SEPIC sans oublier l'aspect générique de ces travaux qui peuvent être adaptés et appliqués aux autres convertisseurs DC-DC.

Nous pouvons trouver dans la littérature de nombreuses études de modélisation et de commande sur les convertisseurs DC-DC mais qui sont malheureuse-

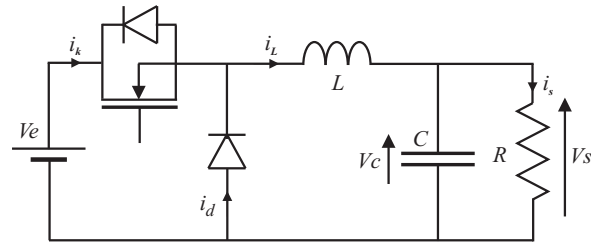


Figure 1 – Convertisseur Buck

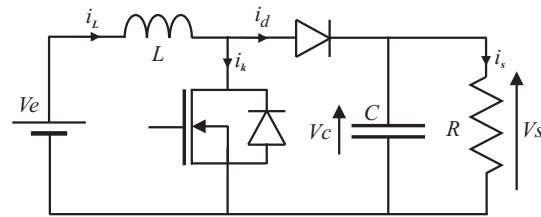


Figure 2 – Convertisseur Boost

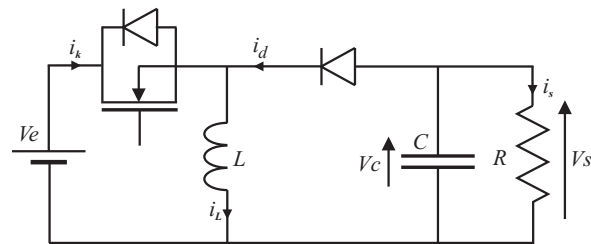


Figure 3 – Convertisseur Buck-Boost

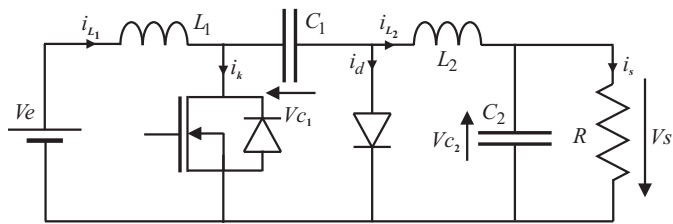


Figure 4 – Convertisseur Ćuk

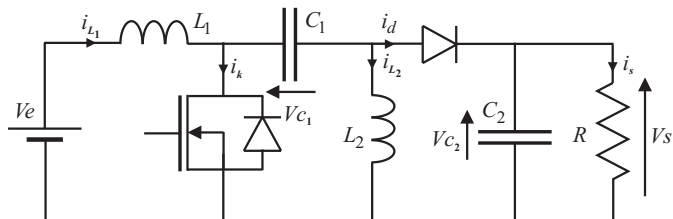


Figure 5 – Convertisseur SEPIC

ment trop souvent découplées. Ces études antérieures utilisent soit des méthodes simples en automatique comme des lois de commande linéaires, ou bien des méthodes de stabilisation fondées sur l'insertion de sous-circuits d'amortissement [UI08]. Par conséquent, la stabilisation globale du convertisseur au sens large en assurant de bonnes performances est généralement très difficile en vue d'assurer des cahiers des charges contraignants. Par ailleurs, il existe plusieurs approches de modélisation et de commande proposées qui sont fondées sur différentes approches parfois faisant appel à des outils théoriques complexes. Malgré leurs très bonnes performances en simulation, les lois proposées sont peu souvent validées expérimentalement. De ce fait, un des fils conducteurs de ces travaux de thèse sera la validation expérimentale des outils et des lois de commande proposées. Cette validation est importante, en particulier, dans l'objectif du transfert méthodologique vers le milieu industriel.

L'objectif de nos travaux de recherche est donc de proposer des lois de commandes robustes fondées sur une démarche théorique cohérente, mais en même temps qui peuvent être facilement implantées et validées expérimentalement avec du matériel disponible dans un environnement industriel. Nous essayons donc de proposer plusieurs approches dans le but d'analyser les différentes performances et d'aider le concepteur au choix d'une approche pour une application ou un projet industriel donné. Pour mieux placer cet objectif, nous prenons l'exemple des travaux de la thèse [UI08]. La stabilisation du convertisseur a été partiellement assurée en insérant un sous-circuit RC amortisseur, ce qui complique les contraintes technologiques lors de la phase de réalisation du convertisseur d'une part et fait baisser le rendement du convertisseur en raison des éléments résistifs additionnels d'autre part. Dans cette perspective, nous nous focalisons sur la résolution des problèmes de régulation/stabilisation en proposant des approches ne nécessitant pas d'intervention technologique complémentaire, mais plutôt complètement fondées sur l'implantation de lois de commandes capables d'assurer les performances exigées, et aussi exploitables avec les problématiques du développement industriel. Nous nous trouvons alors, lors de nos analyses et propositions, en face d'un compromis théorique/pratique à prendre en compte, qui dessinera les chemins de modélisation et de synthèse de lois de commande suivis.

Ce manuscrit est ainsi organisé :

- Le premier chapitre présente un état de l'art sur les différentes approches de modélisation qu'on peut trouver dans la littérature. Les différents types de modèles sont expliqués avec leurs utilisations, applicabilité et marges de fonctionnement. Pour chaque approche de modélisation, nous présentons les conditions sous lesquelles elle peut être exploitée. Ensuite nous discutons

sur la potentialité de chaque modèle vis-à-vis de la synthèse des lois de commande en prenant en compte les points de vue de l'électronique de puissance et de l'automatique. Nous terminons le chapitre en discutant les raisons de nos choix de certains modèles pour nos analyses et synthèses aux chapitres suivants.

- Dans le deuxième chapitre, nous proposons une procédure d'analyse des convertisseurs DC-DC en l'illustrant sur le convertisseur SEPIC. Cette procédure commence par le dimensionnement des composants du convertisseur. Ensuite, nous expliquons une méthode systématique pour analyser le convertisseur du point de vue de l'automatique afin d'interpréter et de représenter le comportement physique par des outils mathématiques convenant à la synthèse des lois de commande. Cette méthode consiste à déterminer les marges de fonctionnement d'un convertisseur, à continuer par l'analyse fréquentielle du comportement et du déphasage non minimal, et à terminer par la corrélation entre le modèle adopté et le circuit réel. Les deux premiers chapitres constituent alors une sorte de lien entre l'électronique de puissance et l'automatique.
- Après les phases de modélisation et d'analyse, les derniers trois chapitres proposent différentes approches de synthèse de lois de commande non linéaires. Le troisième chapitre se fonde sur le principe des modes glissants (ou du mode de glissement). Plus précisément, nous présentons une méthode de synthèse, appliquée sur le SEPIC, et qui est modifiée par rapport aux méthodes classiques par modes glissants tout en gardant la fréquence de commutation du convertisseur constante. Nous proposons également un observateur non linéaire par modes glissants afin d'estimer l'état du convertisseur dont la connaissance est exigée par les stratégies de commande.
- Dans le quatrième chapitre, nous proposons de synthétiser des lois de commande non linéaires en utilisant les approches théoriques de passivité. Nous illustrons les méthodes « classiques » sur les convertisseurs basiques et ensuite, nous proposons deux lois de commande par passivité pour le SEPIC où chaque loi peut être différemment exploitée, en notant que les méthodes classiques n'aboutissent pas à des résultats satisfaisants sur ce type de convertisseur. Ces lois sont fondées sur le principe de la passivité des systèmes, mais formulées d'une façon différente de ce qui existe à notre connaissance dans la littérature.
- Comme la majorité des lois de commande non linéaires performantes, les lois proposées au chapitre précédent nécessitent l'accès au vecteur d'état et à

certaines paramètres inconnus et variants dans le temps (dans notre cas, la résistance de charge). Par conséquent, nous exploitons, au cinquième chapitre, le principe d'immersion et invariance où nous proposons des observateurs d'état et un estimateur de charge en vue d'obtenir des lois de commande adaptatives et seulement par retour de sortie afin de limiter le nombre de capteurs. Dans ce chapitre, des preuves mathématiques garantissant la stabilité globale au sens large sont établies.

- Enfin, nous résumons les résultats importants de ces travaux de thèse en soulignant les diverses contributions dans le monde académique et également industriel. Par ailleurs, nous suggérons des perspectives aux travaux de recherche effectués, notamment dans les approches de synthèse des lois de commande.

# Chapitre 1

## Modélisation des convertisseurs DC-DC

*La modélisation des convertisseurs DC-DC de puissance est un domaine de recherche très actif [MC09], [fPEE06]. L'augmentation de la complexité des convertisseurs, pour répondre aux besoins industriels, nécessite des modèles mathématiques capables de représenter les comportements statiques et dynamiques. Les modèles dynamiques, dont il est question dans cette thèse, ont pour rôle de pouvoir analyser le comportement transitoire des convertisseurs afin de synthétiser les lois de commande nécessaires qui répondent aux cahiers de charges préalablement définis. Par conséquent, les différentes lois de commande potentielles exigent différents modèles pour formuler les problèmes de synthèse. Il est donc nécessaire d'étudier et d'analyser les différentes méthodes pour modéliser un convertisseur. Ce chapitre présente un état de l'art sur les techniques de modélisation des convertisseurs DC-DC. Ensuite, la potentialité des modèles est analysée vis-à-vis de la conception et de l'implantation des lois de commande. Ceci afin de choisir un modèle adapté à une stratégie de commande visée.*

### 1.1 État de l'art des modèles pour convertisseurs DC-DC

Dans la littérature, il existe différentes études faites pour trouver un modèle mathématique qui représente le comportement dynamique des convertisseurs. Ces modèles peuvent se regrouper dans trois classes majeures : modèles à temps continu, à temps discret et hybrides. Les modèles à temps continu sont fondés sur un modèle dans l'espace d'état continu, ou un circuit électronique équivalent ayant des composants et paramètres, dont l'évolution est décrite par la variable temporelle à temps continu.

Les modèles à temps discret sont fondés sur un modèle dans l'espace d'état dont le temps est discrétisé. Les modèles hybrides sont fondés sur une représentation par un diagramme d'états discrets où chaque état est modélisé par un système à temps continu.

Dans chaque classe, il existe plusieurs types. Chaque type est capable de modéliser une famille de convertisseurs sur une plage de fréquences bien définie par rapport à la fréquence de commutation, et pour des modes de fonctionnement spécifiques.

Les modes de fonctionnement des convertisseurs DC-DC peuvent être classifiés en première approximation selon deux modes : « mode de conduction continue (CCM en anglais : Continuous Conduction Mode) » et « mode de conduction discontinue (DCM en anglais : Discontinuous Conduction Mode) ». Cependant, il ne faut pas confondre le *mode de conduction continue* et un *modèle à temps continu*. En pratique, les modes CCM ou DCM sont directement liés au point de fonctionnement du convertisseur et peuvent chacun être représentés par un modèle à temps continu ou bien à temps discret. Dans l'illustration des modèles qui suivra, le mode de conduction est spécifié, mais pour mieux comprendre le fonctionnement d'un convertisseur du point de vue de l'électronique de puissance, nous explicitons les deux modes de conduction.

- Mode de conduction continue (CCM) : en régime établi, les formes d'onde des tensions et courants dans un convertisseur DC-DC sont T-périodiques. Chaque période est constituée de deux parties, l'état passant de l'interrupteur défini par l'intervalle de temps  $[t_0 ; t_0 + dT]$ , et l'état bloqué défini par l'intervalle  $[t_0 + dT ; t_0 + T]$ , où  $T$  et  $d$  sont respectivement la période de commutation et le rapport cyclique. Prenons l'exemple du courant d'inductance d'un convertisseur Buck (Fig. 1.1), la forme d'onde est donnée dans la Fig. 1.2 (a). Nous pouvons remarquer que pendant la phase où l'interrupteur est ouvert, le courant  $i_L$  ne s'annule pas ( $i_{Lmin} > 0$ ) : ce convertisseur fonctionne en conduction continue.
- Mode de conduction discontinue (DCM) : dans ce mode, la période de commutation est constituée de trois parties. L'état passant de l'interrupteur défini par l'intervalle de temps  $[t_0 ; t_0 + d_1T]$ , et l'état bloqué qui est lui même constitué de deux sous états définis par les intervalles  $[t_0 + d_1T ; t_0 + (d_1 + d_2)T]$  et  $[t_0 + (d_1 + d_2)T ; t_0 + T]$ .  $d_1$  est le rapport cyclique équivalent à  $d$  dans le cas de CCM, mais  $d_2$  est un nouveau rapport cyclique qui désigne l'intervalle de temps ( $[t_0 + (d_1 + d_2)T ; t_0 + T]$ ) pendant lequel le courant s'annule durant l'état bloqué de l'interrupteur comme le montre la Fig. 1.2 (b). Ce rapport cyclique n'est pas directement imposé par une entrée du système comme  $d_1$ , mais dépend de  $d_1$  et des valeurs de certains paramètres du convertisseur comme son point de fonctionnement. Ceci sera détaillé dans

la suite. La limite entre CCM et DCM est appelée mode de conduction limite et se produit quand le courant s'annule pendant un instant : CCM pour  $i_{Lmin} = 0$  ou DCM pour  $d_2 = 1 - d_1$ . L'intérêt et l'utilisation de ces modes dépend des conditions et de l'application pour lesquelles le convertisseur est conçu.

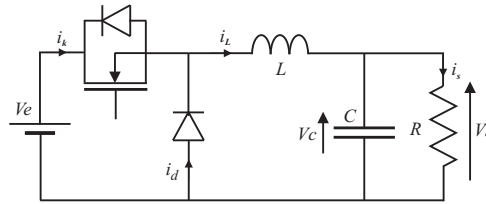


Figure 1.1 – Schéma du convertisseur Buck

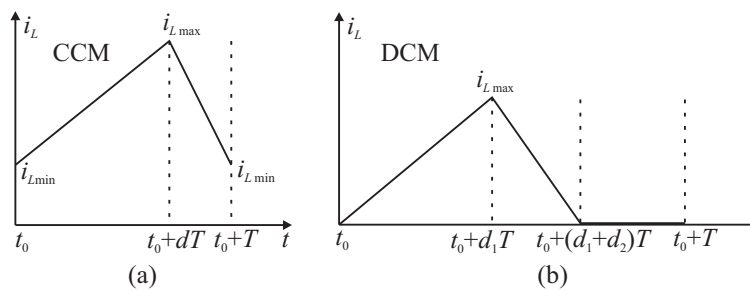


Figure 1.2 – Formes d'onde du courant en CCM et DCM

Nous présentons dans le tableau 1.1 un récapitulatif des différentes familles de modèles à temps continu et à temps discret proposées dans la littérature.

### 1.1.1 Modèles continus

Les modèles continus sont repartis en trois classes : ordre réduit, ordre plein et ordre plein corrigé. Les termes réduit et plein correspondent à l'ordre du système, par exemple, un système de deuxième ordre est réduit en un système du premier ordre en remplaçant une des variables d'état par une constante, mais avec l'addition d'une contrainte sur cette variable : cette spécificité est surtout utilisée pour le mode de conduction DCM.



Modèles à temps continu			Modèles à temps discret
Ordre réduit	Ordre plein	Ordre plein corrigé	Linéaire
Espace d'état moyenné	Circuit équivalent moyenné	Espace d'état moyenné	Bilinéaire
	Espace d'état moyenné	Espace d'état moyenné numérique	Bilinéaire amélioré
	Séries de Fourier		Non linéaire

Tableau 1.1 – Classification des modèles analytiques pour les convertisseurs DC-DC

#### 1.1.1.1 Ordre réduit

Ce sont des modèles représentés dans l'espace d'état du système par des variables continues. Ce modèle est obtenu en considérant la moyenne des deux ou trois équations d'état selon le mode de fonctionnement du convertisseur (CCM ou DCM). Donc, nous avons un modèle mathématique pour chaque mode. Cependant, l'ordre du système est réduit seulement dans le cas du mode DCM, mais il nous semble qu'il est nécessaire d'expliquer d'abord le modèle dans le mode CCM pour mieux comprendre le principe de la modélisation et de la réduction de l'ordre. Il faut alors considérer ce modèle parmi ceux à ordre plein. Dans le cas des convertisseurs de puissance, l'ordre est généralement défini par le nombre de composants qui permet d'emmagasiner l'énergie, notamment les inductances et les condensateurs.

Pour le mode CCM, nous définissons deux phases de fonctionnement : l'interrupteur commandé est passant,  $u = 1$  ; celui-ci est bloqué,  $u = 0$ . Dans chaque phase, le comportement dynamique du convertisseur est représenté par un modèle linéaire qui provient directement des lois de Kirchhoff qui décrivent le fonctionnement du circuit :

$$u = 1 : \begin{cases} \dot{x} = A_1 x + b_1 v_e \\ y = c_1^\top x \end{cases}$$

$$u = 0 : \begin{cases} \dot{x} = A_2 x + b_2 v_e \\ y = c_2^\top x \end{cases}$$

où  $x$  représente le vecteur d'état,  $v_e$  la tension d'entrée et  $y$  la sortie à asservir. Le modèle appelé « modèle moyen » est alors obtenu en moyennant les deux équations d'état avec le rapport cyclique  $d$ , ce qui donne une représentation d'état unique [MC76] :

$$\begin{cases} \dot{x} = A(d)x + b(d)v_e \\ y = c^\top(d)x \end{cases} \quad (1.1)$$

où

$$\begin{cases} A(d) = dA_1 + (1-d)A_2 \\ b(d) = db_1 + (1-d)b_2 \\ c^\top(d) = dc_1^\top + (1-d)c_2^\top \end{cases}$$

La validité de ce modèle n'est assurée que si la bande passante du système est beaucoup plus faible que la fréquence de commutation. Cette représentation considère, bien sûr, le vecteur d'état  $x$  et l'entrée  $v_e$ , mais également  $d$ . Le rapport cyclique devient alors l'entrée du système au sens de la commande. Cette représentation est non linéaire et est plus précisément bilinéaire : produit du vecteur d'état avec la commande et de la tension d'entrée avec la commande. Un modèle linéaire peut donc toujours être obtenu en linéarisant ce dernier autour d'un point d'équilibre (régime permanent). Notons chaque variable comme la somme d'une valeur permanente (notée en majuscule) et d'une variation autour de cette valeur (notée en minuscule avec un ^), par exemple  $x = X + \hat{x}$ . Le régime permanent est calculé en prenant  $\dot{x} = 0$ , ce qui donne  $X = -A^{-1}bV_e$  et  $Y = -c^\top A^{-1}bV_e$ , sous réserve que  $A$  soit inversible. Le régime de variations est obtenu en négligeant les termes du second ordre, ce qui donne :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + b\hat{v}_e + [(A_1 - A_2)X + (b_1 - b_2)V_e]\hat{d} \\ \hat{y} = c^\top \hat{x} + (c_1^\top - c_2^\top)X\hat{d} \end{cases} \quad (1.2)$$

où les matrices constantes  $A$ ,  $b$  et  $c$  sont calculées en remplaçant  $d$  par  $D$  et en notant  $D' = 1 - D$  :

$$\begin{cases} A = DA_1 + D'A_2 \\ b = Db_1 + D'b_2 \\ c^\top = Dc_1^\top + D'c_2^\top \end{cases}$$

Pour le mode DCM, les deux rapports cycliques  $d_1$  et  $d_2$  interviennent dans l'équation de la dynamique du convertisseur [CM77]. Cependant, la période de commutation est constituée de trois intervalles et il y a trois configurations différentes du circuit du convertisseur au lieu de deux dans le mode CCM. La moyenne est alors effectuée, sous les mêmes conditions de validité que celles du mode CCM, entre

les trois modèles linéaires :

$$u = 1 : \begin{cases} \dot{x} = A_1 x + b_1 v_e \\ y = c_1^\top x \end{cases}$$

Interrupteur passant et diode bloquée

$$u = 0 : \begin{cases} \dot{x} = A_2 x + b_2 v_e \\ y = c_2^\top x \end{cases}$$

Interrupteur bloqué et diode passante

$$u = 0 : \begin{cases} \dot{x} = A_3 x + b_3 v_e \\ y = c_3^\top x \end{cases}$$

Interrupteur bloqué et diode bloquée

Notons  $d_3 = 1 - d_1 - d_2$ , le modèle moyen bilinéaire est :

$$\begin{cases} \dot{x} = A(d)x + b(d)v_e \\ y = c(d)^\top x \end{cases}$$

où nous avons ici

$$\begin{cases} A(d) = d_1 A_1 + d_2 A_2 + d_3 A_3 \\ b(d) = d_1 b_1 + d_2 b_2 + d_3 b_3 \\ c(d)^\top = d_1 c_1^\top + d_2 c_2^\top + d_3 c_3^\top \end{cases}$$

Comme le montre la Fig. 1.2 (b),  $i_L(t_0) = 0$  et aussi  $i_L(t_0 + T) = 0$ . Il est donc possible de considérer que  $\frac{di_L}{dt} \approx \frac{i_L(t_0+T) - i_L(t_0)}{T} = 0$  (première contrainte). Le courant  $i_L$  est donc remplacé par sa valeur moyenne, qui est, aussi selon la Fig. 1.2 (b),  $i_L = i_{Lmax}/2 = i_L(v_e, v_s, d_1, L, T)$  (deuxième contrainte), où  $v_s$  est la tension aux bornes de la charge du convertisseur. Par conséquent, l'ordre du système est réduit, mais avec deux contraintes à ajouter pour compenser « la perte » d'une variable d'état. Les régimes permanent et transitoire sont calculés de la même façon que dans le mode CCM, avec les mêmes notations. Sous réserve que  $A$  soit inversible, le régime permanent est donc  $X = -A^{-1}bV_e$ , mais avec la contrainte  $I_L = i_{Lmax}/2 = i_L(V_e, V_s, D_1, L, T)$ . Le modèle en régime de variations devient :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + b\hat{v}_e + [(A_1 - A_3)X + (b_1 - b_3)V_e]\hat{d}_1 + [(A_2 - A_3)X + (b_2 - b_3)V_e]\hat{d}_2$$

où

$$\begin{cases} A = D_1 A_1 + D_2 A_2 + D_3 A_3 \\ b = D_1 b_1 + D_2 b_2 + D_3 b_3 \end{cases}$$

mais aussi avec les contraintes  $\frac{d\hat{i}_L}{dt} = 0$  et  $\hat{i}_L = \frac{\partial i_L}{\partial v_e} \hat{v}_e + \frac{\partial i_L}{\partial v_s} \hat{v}_s + \frac{\partial i_L}{\partial d_1} \hat{d}_1$ .

Nous voyons qu'avec ces contraintes, l'ordre du système a été réduit d'un degré. De plus, en utilisant les équations du régime permanent et les contraintes, des expressions de  $D_2$  peuvent être établies en fonction de  $D_1$ ,  $V_s$ ,  $V_e$ ,  $L$ ,  $T = 1/F$  et la charge pour étudier les limites entre les modes CCM et DCM [CM77].

### 1.1.1.2 Ordre plein

Nous présentons quatre modèles différents sans réduction de l'ordre du système. Le premier est le modèle moyen pour le mode CCM, présenté dans la sous section 1.1.1.1. Les trois autres sont illustrés ci-après.

#### 1.1.1.2.1 Circuit équivalent moyenné

Pour modéliser un convertisseur avec cette méthode, au lieu d'une représentation d'état, un circuit moyenné est obtenu à partir des topologies des circuits de chaque état d'un mode de fonctionnement (deux pour CCM et trois pour DCM). Une topologie moyenne globale est donc établie en remplaçant la partie contenant les éléments non linéaires (transistors et diodes) [WM73], appelée « partie de commutation », par un circuit équivalent. Les méthodes pour choisir et manipuler les expressions des courants et des tensions pour obtenir une expression moyenne globale et éventuellement un circuit moyen, sont faites de différentes manières dans la littérature. Le circuit équivalent est généralement composé des éléments passifs, de transformateurs idéaux et de sources de courant et de tension dépendantes d'autres courants et tensions dans le convertisseur.

Dans [Vor90a], l'interrupteur et la diode sont remplacés par un quadripôle composé d'éléments non linéaires. Ces éléments sont ensuite linéarisés autour du régime permanent pour obtenir un modèle « petits » signaux. Dans le cas du mode DCM [Vor90b], les expressions utilisées pour trouver le schéma équivalent prenant en compte  $d_2$  sont ensuite utilisées pour déterminer la frontière entre les modes DCM et CCM.

Prenons l'exemple du convertisseur basique Buck-Boost, en mode CCM, présenté sur la Fig. 1.3 (a) où les interrupteurs actif (transistor) et passif (diode) sont regroupés dans un seul bloc fonctionnel (quadripôle) appelé « interrupteur PWM ». Le terme PWM (Pulse Width Modulation) correspond à « Modulation à Largeur d'Impulsion » en anglais. Ce bloc fonctionnel représente la non linéarité du convertisseur et est représenté comme un dispositif à trois bornes sur la Fig. 1.3 (b). Pour des raisons évidentes, les désignations des bornes « a », « p » et « c » se réfèrent à « actif », « passif » et « commune », respectivement. La désignation des entrées/sorties des tensions et courants du quadripôle sont importantes si nous considérons l'interrupteur PWM comme la composante de base des convertisseurs. De plus, les éléments du circuit externe sont connectés à l'interrupteur

PWM d'une manière à assurer les notations de la Fig. 1.3 (b), ce qui permet aussi d'insérer ce même interrupteur PWM dans d'autres convertisseurs basiques avec une simple permutation. D'après la Fig. 1.3 (b), il est clair que :

$$i_a(t) = \begin{cases} i_c(t) & 0 \leq t \leq DT \\ 0 & DT \leq t \leq T \end{cases} \quad (1.3a)$$

$$v_{cp}(t) = \begin{cases} v_{ap}(t) & 0 \leq t \leq DT \\ 0 & DT \leq t \leq T \end{cases} \quad (1.3b)$$

En prenant les moyennes dans les équations (1.3) et en notant  $r_e = r_c // R$ , où  $r_c$

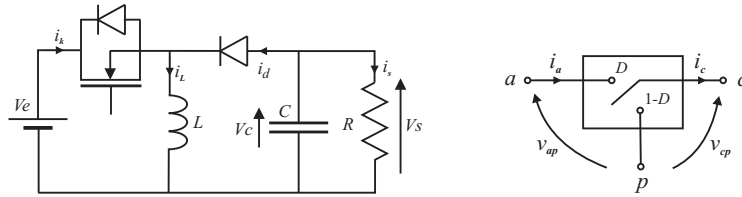


Figure 1.3 – Convertisseur Buck-Boost et interrupteur PWM

est la résistance équivalente en série du condensateur et  $R$  la charge résistive, nous obtenons :

$$\begin{cases} i_a = di_c \\ v_{cp} = d(v_{ap} - i_c r_e d') \end{cases} \quad (1.4)$$

Cette équation donne donc la relation entrée/sortie du quadripôle en remplaçant les éléments non linéaires par des expressions dépendantes d'autres courants et tensions et éventuellement du vecteur d'état du convertisseur. De plus, ces relations contiennent le produit « rapport cyclique  $\times$  courants et tensions », ce qui ramène à une représentation non linéaire. Le circuit équivalent est alors constitué de sources dépendantes avec un transformateur idéal donnant le rapport entre la tension d'entrée et la tension de sortie. Cependant, la linéarisation de ce circuit pour des faibles variations autour d'un point d'équilibre peut toujours être effectuée, ce qui donne :

$$\begin{cases} \hat{i}_a = D\hat{i}_c + I_c\hat{d} \\ \hat{v}_{ap} = \frac{\hat{v}_{cp}}{D} + \hat{i}_c r_e D' - (V_{ap} - I_c(D - D')r_e)\frac{\hat{d}}{D} \end{cases} \quad (1.5)$$

Le circuit linéaire équivalent est alors donné par la Fig. 1.4. En remplaçant le quadripôle (a,p,c) par ce circuit, nous obtenons un circuit global linéarisé du convertisseur Buck-Boost. Ceci permet de calculer les fonctions et impédances de transfert souhaitées pour l'analyse et la commande.

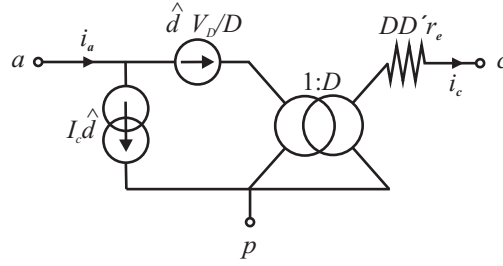


Figure 1.4 – Circuit équivalent linéaire en CCM

Dans le mode DCM, la même démarche est utilisée, mais avec différentes tensions et courants pour trouver le circuit équivalent. Le quadripôle a les mêmes bornes, mais avec une légère permutation (Fig. 1.5). En analysant les formes d'onde en DCM nous pouvons écrire :

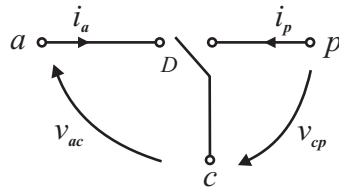


Figure 1.5 – Interrupteur PWM en DCM

$$\left\{ \begin{array}{l} i_a = \frac{i_{pk}}{2} d_1 \\ i_p = \frac{i_{pk}}{2} d_2 \\ v_{ac} = L \frac{i_{pk}}{d_1 T} \\ v_{cp} = L \frac{i_{pk}}{d_2 T} \end{array} \right. \quad (1.6)$$

En combinant (1.6) et en prenant  $F = 1/T$ , nous trouvons :

$$\left\{ \begin{array}{l} i_a = \frac{d_1}{d_2} i_p \\ v_{ac} = \frac{d_2}{d_1} v_{cp} \\ d_2 = \frac{2LF}{d_1} \frac{i_a}{v_{cp}} = \frac{2LF}{d_1} \frac{i_p}{v_{ac}} \end{array} \right. \quad (1.7)$$

Le modèle non linéaire, montré sur la Fig. 1.6, est donc décrit par :

$$\begin{cases} i_a = \mu i_p \\ v_{cp} = \mu v_{ac} \\ \mu = \frac{d_1^2}{2LF} \frac{v_{cp}}{i_a} = \frac{d_1^2}{2LF} \frac{v_{ac}}{i_p} \end{cases} \quad (1.8)$$

De la même façon qu'en mode CCM, le modèle peut être linéarisé autour d'un point de fonctionnement pour établir les fonctions de transfert caractérisant le modèle.

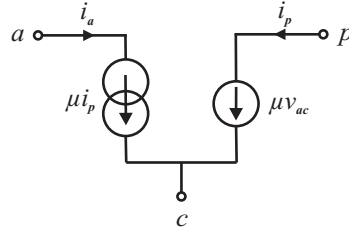


Figure 1.6 – Circuit équivalent non linéaire en DCM

L'ordre du système est alors le même dans les modes CCM et DCM. L'effet de réduction d'ordre est compensé par l'injection de  $d_2$  dans les équations de fonctionnement du circuit pour conserver la présence de la variable courant. L'analyse de la fonction de transfert montre que le pôle correspondant à l'ordre réduit se trouve à une fréquence très éloignée de la bande passante, ce qui justifie l'utilisation du modèle à ordre réduit. Cependant, ceci est vérifié pour les convertisseurs de second ordre et non pas pour ceux d'ordres élevés. Dans [NTM01], la même démarche est utilisée, mais avec une formulation différente sur le convertisseur Boost, ce qui donne un modèle valide jusqu'à la moitié de la fréquence de commutation. D'autres méthodes faisant appel à des approches similaires, mais selon différents point de vue, et aussi pour le mode de conduction limite, sont présentées dans [Lee85], [Sun00], [Eri97] et [CEM01].

#### 1.1.1.2.2 Espace d'état moyenné non linéaire

Même si les approches présentées jusqu'à ce point ramènent à une représentation moyenne, une autre approche plus rigoureuse fondée sur une théorie de moyennisation [Nay73] est présentée dans [KBBL90]. Le système doit s'écrire sous la forme :

$$\dot{x} = \varepsilon F(t, x) \quad \text{avec } \varepsilon \ll 1 \text{ et } x(t_0) = x_0 \quad (1.9)$$

où  $F(t, x)$  est continue et la moyenne de la partie droite de l'équation (1.9) est définie par :

$$G(\bullet) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T F(s, \bullet) ds \quad (1.10)$$

Ceci nous ramène à un nouveau système d'équations de la forme  $\dot{y} = \varepsilon G(y)$  avec  $y(t_0) = t_0$ . Ensuite, la méthode de moyennisation de KBM (Krylov-Bogoliubov-Miltropolsky) [Nay73] est appliquée pour obtenir le changement de variable :

$$\begin{cases} x(t) = y(t) + \varepsilon \psi_1(t, y) + \varepsilon^2 \psi_2(t, y) + \varepsilon^3 \psi_3(t, y) + \dots \\ \dot{y}(t) = \varepsilon G_1(y) + \varepsilon^2 G_2(y) + \varepsilon^3 G_3(y) + \varepsilon^4 G_4(y) + \dots \end{cases} \quad (1.11)$$

En utilisant (1.9) et (1.11), nous pouvons calculer les  $G_i$  et les  $\psi_i$  jusqu'à l'ordre désiré. Le premier ordre représente la moyenne et plus l'ordre est élevé, plus les trajectoires des états sont proches de leurs valeurs instantanées en commutation.

Prenant l'exemple d'un convertisseur Boost (Fig. 1.7), le modèle hybride représentant les deux configurations en mode CCM est donné par :

$$\frac{d}{dt}x(t) = [A_1 + h(t, T)A_2]x(t) + b \quad (1.12)$$

où  $x = (i \ v)^\top$ ,  $A_1$ ,  $A_2$  et  $b$  sont des matrices composées de  $L$ ,  $C$  et  $V_e$ ,  $h(t, T) = [D - \frac{t \text{ modulo } T}{T}]Y$  et  $Y$  est la fonction d'échelon à  $t = 0$ . Choisissons  $\varepsilon = \alpha T$  avec  $\alpha = \max(\frac{1}{L}, \frac{1}{C}, \frac{1}{RC}, \frac{V_e}{L})$  et une mise à l'échelle du temps  $t = T\tau$ , nous obtenons :

$$\frac{d}{d\tau}x(\tau) = \varepsilon \left\{ \left[ \frac{1}{\alpha}A_1 + \frac{h(\tau)}{\alpha}A_2 \right] x(\tau) + \frac{1}{\alpha}b \right\} \quad (1.13)$$

avec  $h(\tau) = [D - \tau \text{ modulo } 1]Y$ . La moyenne évaluée selon (1.10) mène à :

$$G(y) = \left[ \frac{1}{\alpha}A_1 + \frac{D}{\alpha}A_2 \right] y + \frac{1}{\alpha}b \quad (1.14)$$

ce qui donne dans l'échelle originale du temps :

$$\frac{d}{dt}y(t) = [A_1 + DA_2]y(t) + b \quad (1.15)$$

Ce dernier modèle est en fait identique à celui correspondant au modèle moyen linéarisé présenté précédemment. Cependant, l'estimation de l'ondulation entre la



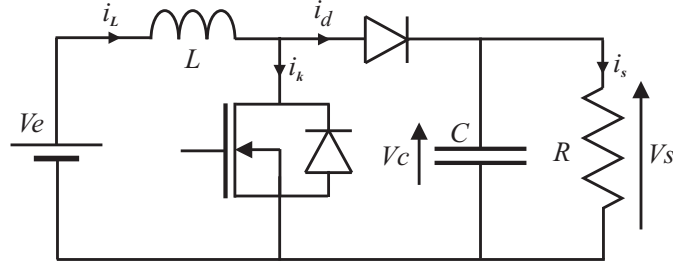


Figure 1.7 – Schéma du convertisseur boost

valeur moyenne et celle exacte est calculée selon la moyenne de KBM :

$$\begin{aligned}
 & \varepsilon \left( \left[ \frac{1}{\alpha} A_1 + \frac{h(\tau)}{\alpha} A_2 \right] [y + \varepsilon \psi_1 + \varepsilon^2 \psi_2 + \dots] + \frac{1}{\alpha} b \right) \\
 & = (\varepsilon G_1 + \varepsilon^2 G_2 + \dots) \\
 & + \varepsilon \left[ \frac{\partial \psi_1}{\partial \tau} + \frac{\partial \psi_1}{\partial y} (\varepsilon G_1 + \varepsilon^2 G_2 + \dots) \right] \\
 & + \varepsilon^2 \left[ \frac{\partial \psi_2}{\partial \tau} + \frac{\partial \psi_2}{\partial y} (\varepsilon G_1 + \varepsilon^2 G_2 + \dots) \right] \\
 & + \dots
 \end{aligned} \tag{1.16}$$

Donc, en identifiant les termes multipliés par les mêmes puissances de  $\varepsilon$  à gauche et à droite, les  $\psi_i$  peuvent être calculés jusqu'à l'ordre désiré pour mieux estimer l'ondulation. Finalement, les conditions initiales sont plus précisément déterminées par :

$$y_0 = x_0 - \varepsilon \psi_1(t_0, y_0) - \varepsilon^2 \psi_2(t_0, y_0) - \dots \tag{1.17}$$

Une autre méthode améliorée, et fondée sur la même technique, est décrite dans [LB96].

### 1.1.1.2.3 Série de Fourier

Dans cette approche [SNLV91], comme la variable d'état est périodique avec une période  $T$ , elle peut être décomposée en série de Fourier dans l'intervalle  $[t_0; t_0 + T]$ . La série de Fourier est de la forme :

$$x(t - T + s) = \sum_k \langle x \rangle_k(t) e^{jk\omega_s(t-T+s)} \text{ où} \tag{1.18}$$

$$\langle x \rangle_k(t) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t - T + s) e^{-jk\omega_s(t-T+s)} ds \tag{1.19}$$

Ensuite, deux approximations sont utilisées en vue de calculer les composantes de la série à partir des équations de la dynamique du système  $\dot{x} = f(x, u)$  :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle x \rangle_k(t) &= \left\langle \frac{d}{dt} x \right\rangle_k(t) - j\omega_s \langle x \rangle_k(t) \text{ avec } \left\langle \frac{d}{dt} x \right\rangle_k = \langle f(x, u) \rangle_k \\ \langle xy \rangle_k &= \sum_i \langle x \rangle_{k-i} \langle y \rangle_i \end{aligned}$$

Les composantes de la série de Fourier peuvent être calculées jusqu'à l'ordre désiré. La valeur temporelle instantanée est déterminée en prenant le module de la solution complexe. Cette méthode, comme celle précédente, est capable de modéliser les ondulations (grandes variations autour de la moyenne). Elle est plutôt utilisée pour les convertisseurs à résonance, mais aussi pour les convertisseurs Buck, Boost et Buck-Boost en mode CCM [MEBE97].

### 1.1.1.3 Ordre plein corrigé

Cette méthode est fondée sur le principe d'un espace d'état moyenné. Néanmoins, elle a été établie pour le mode DCM, mais peut être également utilisée pour le mode CCM. La raison est d'essayer d'éviter la réduction de l'ordre dans le mode DCM, car cela conduit à « la perte de la dynamique » d'une variable d'état. L'ordre est conservé en ajoutant une contrainte sur le deuxième rapport cyclique  $d_2$ .

#### 1.1.1.3.1 Espace d'état moyenné

En mode CCM, la moyenne du produit  $di_L$  est identique au produit des moyennes, et la moyenne de l'espace d'état donne le même résultat que la moyenne des équations décrivant le fonctionnement du circuit. En revanche, dans le mode DCM, la moyenne du produit  $di_L$  ne donnera pas le même résultat que le produit des moyennes [SMG<sup>+</sup>98] [SMG<sup>+</sup>01]. Selon la Fig. 1.2, la moyenne du courant en DCM est :

$$\bar{i}_L = \frac{i_{Lmax}}{2}(d_1 + d_2) \quad (1.20)$$

L'expression de la loi de Kirchoff pour la tension aux bornes de l'inductance est essentiellement la même qu'en mode CCM, sauf qu'une nouvelle inconnue  $d_2$  apparaît. Considérons maintenant un cas général dans lequel un condensateur est connecté à l'inductance durant le temps de fermeture de l'interrupteur  $[t_0; t_0 + d_1 T]$ . Le courant fourni au condensateur n'est pas nécessairement le même que le courant moyen de l'inductance. Nous formulons l'équation du problème en considérant la conservation de la charge dans le condensateur, et ensuite effectuons l'étape du calcul de la moyenne. Dans ce cas, la charge totale reçue par le

condensateur provenant de l'inductance sur un cycle de commutation est :

$$Q_c = \frac{i_{Lmax}d_1T}{2} \quad (1.21)$$

ce qui est équivalent à un courant moyen de charge :

$$\frac{Q_c}{T} = \frac{i_{Lmax}d_1}{2} \quad (1.22)$$

Cependant et selon le principe du modèle moyen, le courant dans (1.20) traverse le condensateur pendant  $d_1T$  et  $d_2T$  et donc sa moyenne sera :

$$\bar{i}_L(d_1 + d_2) = \frac{i_{Lmax}}{2}(d_1 + d_2)^2 \quad (1.23)$$

ce qui est différent de (1.20). Cette différence est due au fait qu'en mode CCM, les résultats sont les mêmes quelle que soit l'étape où la moyenne est effectuée. En mode DCM, l'évolution rapide du courant dans l'inductance exige que la moyenne soit effectuée de façon plus formelle sur les expressions issues des lois de Kirchhoff. Par conséquent, un terme de correction doit être inséré pour compenser la différence tout en conservant les mêmes équations et formulations du modèle moyen. Il faut donc diviser chaque courant du vecteur d'état par  $(d_1 + d_2)$ . Une méthode systématique consiste à regrouper les courants dans le vecteur d'état au début et de multiplier la matrice d'état par une matrice de correction  $M$  définie par :

$$M = \text{diag} \left[ \underbrace{\frac{1}{d_1 + d_2}, \dots, \frac{1}{d_1 + d_2}}_{n_L}, 1, \dots, 1 \right] \quad (1.24)$$

où  $n_L$  est le nombre d'inductances du convertisseur. Nous aurons donc :

$$\dot{x} = [d_1A_1 + d_2A_2 + (1 - d_1 - d_2)A_3]Mx + [d_1b_1 + d_2b_2 + (1 - d_1 - d_2)b_3]v_e \quad (1.25)$$

Notons que pour le mode CCM le rapport cyclique vérifie la relation  $d_1 + d_2 = 1$  et  $M$  devient la matrice d'identité, ce qui coïncide avec modèle non-corrigé.

Le modèle résultant n'est plus bilinéaire, mais reste non linéaire. Néanmoins, il contient les deux rapports cycliques  $d_1$  et  $d_2$ . Bien que l'entrée de commande soit  $d_1$ ,  $d_2$  ne peut pas être maîtrisé. Pour cela, il est souhaité de le remplacer par une expression en fonction des variables connues. Contrairement aux approches conventionnelles qui utilisent « l'équilibre volt-seconde », cette expression est établie en insérant le courant maximal traversant l'inductance  $i_{Lmax} = d_1T v_e / L$  dans (1.20), et devient :

$$d_2 = \frac{2L\bar{i}_L}{d_1T v_e} - d_1 \quad (1.26)$$

En remplaçant  $d_2$  dans (1.25), le modèle moyen contiendra  $d_1$  seulement. Cette contrainte (1.26) est appelé « contrainte du rapport cyclique ». Ce modèle est plus précis en mode DCM que celui à ordre réduit, notamment pour des fréquences élevées. Il représente correctement les réponses en petits signaux jusqu'à un tiers de la fréquence de commutation. En outre, il explique l'origine d'un pôle en haute fréquence en mode DCM qui n'était pas prédictible avec le modèle à ordre réduit.

### 1.1.1.3.2 Espace d'état moyenné numérique

Le principe de cette méthode est comparable à l'approche précédente en termes de la contrainte sur  $d_2$  et la matrice de correction  $M$ . Cependant, toutes les méthodes présentées ajoutent l'effet de termes parasites après avoir établi les expressions mathématiques. Dans cette approche, les termes parasites, représentés par les résistances équivalentes en série avec les inductances et les condensateurs, sont intégrés avant d'avoir établi le modèle mathématique, en raison de la complexité et difficulté de les intégrer analytiquement dans certains cas. Par conséquent, en présence de ces termes, la matrice  $M$  n'aura plus la forme donnée dans le paragraphe précédent, mais une forme complexe à trouver analytiquement. En mode DCM, le modèle moyen, incluant les termes parasites dans les matrices d'état, peut être représenté par [DJ01] :

$$\dot{\bar{x}} = \sum_k^3 (A_k \bar{x}_k) + \left( \sum_k^3 d_k B_k \right) v_e \quad (1.27)$$

où  $\bar{x}$  est la moyenne de  $x$  et  $k = 1, 2, 3$  (trois intervalles de temps du mode DCM). En insérant une nouvelle matrice de correction  $W_k$  correspondante à  $A_k$ , le modèle devient :

$$\dot{\bar{x}} = \left( \sum_k^3 d_k A_k W_k \right) \bar{x}_k + \left( \sum_k^3 d_k B_k \right) v_e \quad (1.28)$$

Pour un convertisseur de second ordre (un courant  $i_L$  et une tension  $v_C$ ),  $W_k = \text{diag}[\omega_{1,k}, \omega_{2,k}]$  qui est, en général, défini par :

$$\omega_{1,k} = \frac{\bar{i}_{L,k}}{d_k \bar{i}_L} ; \omega_{2,k} = \frac{\bar{v}_{C,k}}{d_k \bar{v}_C} ; \omega_{1,3} = 0 \quad (1.29)$$

Nous remarquons qu'en l'absence des termes parasites,

$$\frac{\bar{i}_{L,1}}{d_1} = \frac{\bar{i}_{L,2}}{d_2} = \frac{\bar{i}_L}{d_1 + d_2} \Rightarrow \omega_{1,1} = \omega_{1,2} = \frac{1}{d_1 + d_2}$$

De plus, la dérivée de  $i_L$  dans l'intervalle  $[t_0 + d_2 T ; t_0 + T]$  est nulle et les éléments correspondants des matrices  $A_3$  et  $B_3$  sont nuls. Il est donc possible de choisir

$\omega_{1,3}$  non-nulle. Un choix judicieux est de prendre  $\omega_{1,3} = \omega_{1,1} = \omega_{1,2}$ . De la même façon, si les ondulations des tensions aux bornes des condensateurs sont négligées, nous aurons  $\omega_{2,1} = \omega_{2,2} = \omega_{2,3}$ . Il est alors évident que nous retrouvons la même matrice  $M$  donnée dans le paragraphe précédent.

Pour résoudre le problème de complexité analytique, la démarche consiste donc à faire des simulations sur le circuit du convertisseur en balayant  $d_1$  de 0 à 1 et la charge de 0 à  $\infty$ . Dans chaque essai, les variables d'état sont sauvegardées et contiennent des informations sur  $d_1$  et  $d_2$ . Une fois la phase de simulation terminée, les données résultantes sont réorganisées pour obtenir les valeurs numériques de  $d_2$  et  $M$ , qui sont ensuite enregistrées dans des tables prêtes à être utilisées ultérieurement pour interpolation ou extrapolation. Un modèle *numérique* et non linéaire est donc établi, qui est valide pour des grands signaux. Lors de son application, pour chaque entrée de  $d_1$  et  $v_e$ , les valeurs de  $d_2$  et  $M$  sont recherchées dans les tables, et ensuite utilisées dans le modèle [DJR06]. Le schéma de la Fig. 1.8 illustre la façon d'implanter ce modèle numérique.

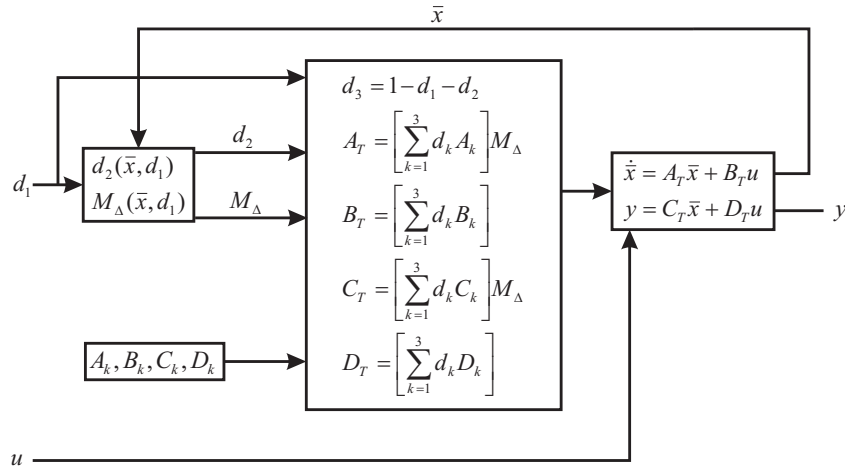


Figure 1.8 – Implantation du modèle numérique proposé

Cependant, pour obtenir un modèle local autour d'un point de fonctionnement, la représentation numérique ne peut pas être linéarisée. Une « caractérisation faibles signaux » peut être établie. Elle utilise le même principe décrit dans la Fig. 1.8, mais d'une façon plus simple. En particulier, l'élément clé de la construction d'un modèle petits signaux est de déterminer la pente des fonctions  $d_2(d_1, \bar{i}_L)$  et  $W_k(d_1, \bar{i}_L)$  correspondant à un point de fonctionnement désiré. Ces fonctions numériques sont continues et peuvent être considérées suffisamment douces autour du point de fonctionnement, où leur pentes locales sont définies par des plans. Etant donné qu'il faut trois points pour construire un plan, la simulation doit être

exécutée au point de fonctionnement et à deux points légèrement différents (par exemple,  $\pm 1 \dots 2\%$ ). Cette méthode donne des résultats plus précis que la précédente dans le cas de la présence d'éléments parasites.

### 1.1.2 Modèles discrets

Dans le cas des convertisseurs DC-DC, les modèles discrets sont obtenus à partir des modèles continus en prenant le modèle linéaire du convertisseur dans chaque configuration des modes CCM ou DCM, puis en appliquant les transformations classiques suivantes [FPW90] :

$$x_{n+1} = \Phi x_n + \Gamma v_{e,n} ; \Phi = e^{AT_s} ; \Gamma = \int_0^{T_s} e^{At} b dt \quad (1.30)$$

où  $T_s$  est la période d'échantillonnage,  $n$  une abréviation pour l'instant  $nT_s$  et  $A$  et  $b$  les matrices d'évolution et de commande respectivement.

#### 1.1.2.1 Modèle linéaire

Ce modèle est appliqué dans le mode CCM seulement [HBY89]. En appliquant les transformations (1.30) et en divisant l'intervalle  $[nT ; nT + T]$  en deux sous-intervalles  $[nT ; nT + dT]$  et  $[nT + dT ; nT + T]$ , où les matrices correspondant à chaque configuration du mode CCM sont utilisées pour chaque sous-intervalle, nous obtenons le modèle discret non linéaire suivant :

$$\begin{cases} x_{n+1} = \Phi x_n + \Gamma v_{e,n} ; \Phi = e^{A_2(1-d)T_s} e^{A_1 dT_s} \\ \Gamma = e^{A_2(1-d)T_s} \int_0^{dT_s} e^{A_1(dT_s-t)} b_1 dt + \int_{dT_s}^{T_s} e^{A_2(T_s-t)} b_2 dt \end{cases} \quad (1.31)$$

La discrétisation exige que la fréquence d'échantillonnage soit au moins deux fois la bande passante du système. Pour éliminer les termes exponentiels, l'approximation  $e^A = I + A$  peut être utilisée, ce qui nécessite que la bande passante soit négligeable devant la fréquence de commutation du convertisseur ( $BP \ll F = 1/T$ ). En supposant des faibles variations autour de l'équilibre et en négligeant les termes d'ordre supérieur à un, un modèle linéaire est obtenu selon la formulation :

$$x_{n+1} = (A_1 + A_2 d T_s) x_n + T_s (A_2 X + b_2 V_e) d_n + T_s (b_1 + b_2 D) v_{e,n} \quad (1.32)$$

où  $X$ ,  $D$  et  $V_e$  sont les valeurs de  $x$ ,  $d$  et  $v_e$  respectivement en régime permanent, obtenues en posant  $x_{n+1} = x_n$ . Dans ce modèle, nous pouvons avoir  $T_s = mT$  avec  $m \geq 1$ .

### 1.1.2.2 Modèle bilinéaire

Pour obtenir le modèle discret non linéaire, la même démarche précédente est appliquée pour arriver au système suivant en mode CCM :

$$\begin{cases} x_{n+1} = \Phi x_n + \Gamma v_{e,n} ; \Phi = e^{A_2(1-d_n)T_s} e^{A_1 d_n T_s} \\ \Gamma = e^{A_2(1-d_n)T_s} \int_0^{d_n T_s} e^{A_1 t} b_1 dt + \int_0^{(1-d_n)T_s} e^{A_2 t} b_2 dt \end{cases} \quad (1.33)$$

où  $d_n = d(nT)$ . Ensuite, les approximations suivantes peuvent être utilisées :

$$\begin{cases} BP \ll F \\ e^{A_1 t} \approx I + A_1 t \\ e^{A_2 t} \approx I + A_2 t \\ e^{A_1 d_n T_s} \approx I + A_1 d_n T_s \\ e^{A_2(1-d_n)T_s} \approx I + A_2(1-d_n)T_s \end{cases} \quad (1.34)$$

Nous obtenons le modèle bilinéaire de la forme [VEK86] :

$$x_{n+1} = (I + d_n A_1 T_s + (1-d_n) A_2 T_s) x_n + (d_n b_1 T_s + (1-d_n) b_2 T_s) v_e \quad (1.35)$$

Pour synthétiser une loi de commande en boucle fermée, l'expression de  $x(nT + d_n T)$  est souvent utilisée. Pour cela, nous pouvons établir l'expression  $x_{n+d_n} = \Phi' x_n + \Gamma' v_{e,n}$ . En combinant ces deux derniers, une relation implicite  $\sigma(x_n, d_n) = 0$  est obtenue, et qui permet d'évaluer la commande  $d_n$  à appliquer sur le modèle bilinéaire pour avoir  $x(nT + T)$ . Souvent la période d'échantillonnage  $T_s$  est choisie égale à  $T$ .

### 1.1.2.3 Modèle bilinéaire amélioré

Le modèle proposé est proche du précédent. Cependant, pour appliquer l'approximation (1.34), il faut avoir les normes<sup>1</sup> des matrices :

$$\begin{cases} \|A_1 d_n T_s\| \ll 1 \\ \|A_2(1-d_n)T_s\| \ll 1 \end{cases}$$

ce qui n'est pas toujours valide. Pour cela, une autre approximation [RSH03] est utilisée et nécessite la condition :

$$\begin{cases} \|A_1(d_n - 0,5)T_s\| \ll 1 \\ \|A_2(0,5 - d_n)T_s\| \ll 1 \end{cases}$$

1.  $\|*\|$  représente la norme-2 matricielle.

qui est toujours valide. Cette approximation est :

$$\begin{cases} e^{A_1 d_n T_s} = e^{(A_1 T_s/2) + (d_n - 0,5) T_s A_1} \approx e^{A_1 T_s/2} (I + A_1 (d_n - 0,5) T_s) \\ e^{A_2 (1-d_n) T_s} = e^{(A_2 T_s/2) + (0,5 - d_n) T_s A_2} \approx e^{A_2 T_s/2} (I + A_2 (0,5 - d_n) T_s) \end{cases}$$

Nous arrivons enfin au système suivant :

$$\begin{cases} x_{n+1} = \Phi x_n + \Gamma v_{e,n} \\ \Phi = e^{A_2 T_s/2} (I + (A_1 - A_2)(d_n - 0,5) T_s) e^{A_1 T_s/2} \\ \Gamma = (e^{A_2 T_s/2} (I - A_2 (d_n - 0,5) T_s) - I) A_2^{-1} b_2 \\ \quad + e^{A_2 T_s/2} ((e^{A_1 T_s/2} - I)(I - (d_n - 0,5) A_2 T_s) \\ \quad - e^{A_1 T_s/2} (d_n - 0,5) A_1 T_s) A_1^{-1} b_1 \end{cases} \quad (1.36)$$

Notons que les termes exponentiels contiennent des constantes, et sont donc indépendantes de  $d_n$ . Ce modèle montre une amélioration de la précision par rapport aux deux modèles discrets précédents.

#### 1.1.2.4 Modèles non linéaires

Le terme non linéaire est utilisé ici pour indiquer que le modèle n'est pas bilinéaire, mais plus fortement non linéaire. Ce modèle, comme vu dans les paragraphes précédents, est obtenu après avoir appliqué une transformation sur les grandeurs considérées  $x$ ,  $d$  et  $v_e$ . Nous obtenons toujours un modèle à ordre plein, mais il y a plusieurs types d'approximations effectuées pour obtenir un modèle linéaire, bilinéaire ou non linéaire. La façon de faire une approximation est définie selon la théorie mathématique utilisée. Nous nommons donc les titres des paragraphes selon l'approche mathématique utilisée.

##### 1.1.2.4.1 Modèle utilisant le théorème de Cayley-Hamilton

Dans ce modèle, l'obtention du modèle d'état discret est effectuée comme dans le cas du modèle bilinéaire, mais avec une modification de l'intervalle de temps sur lequel la discrétisation est faite. Au lieu de prendre une période de commutation sur l'intervalle  $[nT ; nT + T]$ , elle est prise sur l'intervalle  $[nT + 0,5d_n T ; nT + T + 0,5d_n T]$  commençant par l'instant  $nT + 0,5d_n T$  au lieu de l'instant  $nT$  [Su05]. Cet intervalle, illustré par la représentation de la Fig. 1.9, donne une prédiction plus précise du régime permanent par rapport à la moyenne continue du signal, parce que cette dernière est souvent située au milieu de l'intervalle de temps de la fermeture de l'interrupteur  $(nT + 0,5d_n T)$ .



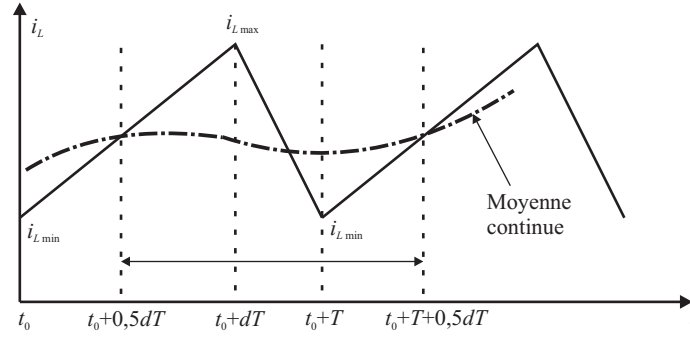


Figure 1.9 – Nouvel intervalle de discrétisation pour le modèle utilisant le théorème de Cayley-Hamilton

Cette approche conduit aux relations :

$$\begin{cases} x_{n+1} = \Phi x_n + (e^{0,5A_1 d_n T_s} e^{A_2 (1-d_n) T_s} + I) \Gamma_1 v_{e,n} + e^{0,5A_1 d_n T_s} \Gamma_2 v_{e,n} \\ \Phi = e^{0,5A_1 d_n T_s} e^{A_2 (1-d_n) T_s} e^{0,5A_1 d_n T_s} \\ \Gamma_1 = \int_0^{0,5d_n T_s} e^{A_1 (0,5d_n T_s - \tau)} b_1 d\tau \\ \Gamma_2 = \int_0^{(1-d_n) T_s} e^{A_2 ((1-d_n) T_s - \tau)} b_2 d\tau \end{cases} \quad (1.37)$$

Ensuite, pour approcher les termes en exponentiels, le théorème de Cayley-Hamilton est utilisé pour les transformer en polynômes de matrices :

$$\begin{cases} e^{0,5A_1 d_n T_s} = \sum_{i=1}^m \alpha_i(d_n) A_1^{i-1} \\ e^{A_2 (1-d_n) T_s} = \sum_{i=1}^m \beta_i(d_n) A_2^{i-1} \end{cases}$$

où  $m$  est l'ordre du système. Les coefficients  $\alpha_i(d_n)$  et  $\beta_i(d_n)$  sont eux-mêmes approchés par des polynômes du deuxième ordre en  $d_n$ . En les remplaçant, nous obtenons un modèle non linéaire. Ce modèle est plus précis que celui de la section 1.1.2.3.

#### 1.1.2.4.2 Modèle utilisant la méthode de Newton et le théorème de la fonction implicite

Dans ce modèle, le système est non linéaire de la forme :

$$\begin{cases} x_{n+1} = f(x_n, d_n, v_{e,n}) \\ y_n = Cx_n \end{cases}$$

En général, une relation implicite décrit la loi de commande par  $g(x_n, d_n, v_{e,n}) = 0$  [FA99]. La discrétisation est faite de la même manière que précédemment. Cependant, il n'y a pas d'approximations pour obtenir la représentation simplifiée. Donc, pour évaluer le régime permanent, la méthode de Newton est utilisée en résolvant l'équation non linéaire suivante :

$$\begin{cases} x^o(0) = f(x^o(0), d, v_e) \\ g(x^o(0), d, v_e) = 0 \end{cases}$$

où  $x^o$  est une solution. Ensuite, pour obtenir un système linéaire, afin d'étudier sa stabilité ou encore évaluer les fonctions de transfert, la linéarisation est effectuée autour du régime permanent en appliquant le théorème de la fonction implicite, ce qui conduit aux relations suivantes :

$$\begin{cases} \hat{x}_{n+1} = \Phi \hat{x}_n + \Gamma \hat{v}_{e,n} \\ \hat{y}_n = C \hat{x}_n \\ \Phi = \frac{\partial f}{\partial x_n} - \frac{\partial f}{\partial d_n} \left( \frac{\partial g}{\partial d_n} \right)^{-1} \frac{\partial g}{\partial x_n} \Big|_{(x_n, d_n, v_{e,n})=(x^o(0), d, v_e)} \\ \Gamma = \frac{\partial f}{\partial v_{e,n}} - \frac{\partial f}{\partial d_n} \left( \frac{\partial g}{\partial d_n} \right)^{-1} \frac{\partial g}{\partial v_{e,n}} \Big|_{(x_n, d_n, v_{e,n})=(x^o(0), d, v_e)} \end{cases} \quad (1.38)$$

Cette méthode est utilisée pour les modes CCM et DCM.

#### 1.1.2.4.3 Modèle discret global

Le terme « global » dans cette approche signifie qu'elle modélise les modes CCM et DCM simultanément sans devoir changer la formulation mathématique. Nous donnons juste l'idée générale. La méthode détaillée est décrite dans [BM95]. Le principe est de séparer le rapport cyclique des variables d'état classiques (courants et tensions). D'abord, les composants non linéaires (diodes et interrupteurs) sont modélisés par un espace d'état unique et discret dont les variables d'état prennent les valeurs 0 ou 1. Cet espace donne la topologie du circuit du convertisseur. Il est établi à partir des graphes d'état décrivant le fonctionnement des composants. Ensuite, avec la topologie actuelle, le modèle linéaire avec les matrices d'état correspondantes est discrétisé. Le vecteur global discret est alors composé de deux sous-vecteurs (composants non linéaires et modèle linéaire) et la représentation globale est :

$$\begin{bmatrix} q[k+1] \\ x_{j[k+1]}[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h(q[k], x[k], v_e[k], k) \\ \Phi_{j[k+1]} x_{j[k+1]}[k] + \Gamma_{j[k+1]} v_e[k] \end{bmatrix}$$

où  $q$  est le sous-vecteur d'état modélisant les composants non linéaires et  $j[k+1]$  la configuration topologique à l'instant  $k+1$ .

### 1.1.3 Modèles hybrides

Nous avons vu que le mode CCM possède deux configurations du circuit du convertisseur et que le mode DCM possède trois configurations. Les modèles continus et discrets présentés ont toujours combiné les configurations en une seule en prenant souvent la moyenne. En revanche, le principe des modèles hybrides est de considérer le système comme continu ou bien discret dans chaque configuration, et puis de choisir celle correspondant à chaque instant. Le modèle hybride est représenté par un graphe d'état où chaque état est un modèle décrivant une dynamique valable sous certaines conditions. Ce modèle reflète un comportement plus précis du système, mais son challenge est de bien maîtriser le passage entre les configurations. Les travaux de cette thèse ne se focalisent pas sur l'aspect hybride, nous ne présentons que brièvement ces approches.

Concernant les convertisseurs DC-DC, il y a plusieurs méthodes hybrides pour les modéliser. Nous présentons quelques unes parmi elles [AFJ<sup>+</sup>07].

– *Système linéaire commuté*

Le système est considéré linéaire par configuration du circuit, et la commutation entre les équations de chaque configuration est assurée par une fonction de commutation à concevoir selon la topologie du convertisseur et le mode de fonctionnement (CCM ou DCM). La représentation est donc :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= A_{\alpha(x,t)}x(t) + b_{\alpha(x,t)}v_e \\ y(t) &= Cx(t) \end{cases} \quad (1.39)$$

où  $x$  est le vecteur d'état,  $\alpha(x,t) : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \{1, 2, \dots, m\}$  la fonction de commutation à concevoir,  $m$  le nombre des configurations possibles et  $(A_i, B_i)$ ,  $1 \leq i \leq m$  un sous-système de (1.39).

– *Système à temps discret affine par morceau*

Cette méthode est fondée sur la notion de v-résolution [PGM04], [Gey05], [GPM08], [VRAGL10]. Elle consiste à partitionner la période de commutation en plusieurs parties où dans chacune d'elles, la représentation discrète de la configuration correspondante est utilisée. Dans la partie comprenant une transition entre deux configurations, la moyenne est prise. Nous donnons

un exemple dans le cas de trois partitions ( $v = 3$ ) :

$$x[k+1] = \Phi^3 x[k] + \begin{cases} \Phi^2 \Psi 3d[k], & d[k] \in \left[0; \frac{1}{3}\right] \\ \Phi^2 \Psi + \Phi \Psi 3 \left(d[k] - \frac{1}{3}\right), & d[k] \in \left[\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right] \\ \Phi^2 \Psi + \Phi \Psi + \Phi 3 \left(d[k] - \frac{2}{3}\right), & d[k] \in \left[\frac{2}{3}; 1\right] \end{cases}$$

où  $\Phi = e^{F\tau}$ ,  $\Psi = f \int_0^\tau e^{F(\tau-t)} dt$ ,  $\tau = T/3$  et  $F$  et  $f$  sont des matrices qui se déduisent de celles correspondantes aux configurations du circuit du convertisseur.

#### – *Modèle échantillonné*

Cette méthode est utilisée en mode CCM. Le système à deux configurations, correspondant aux états ouvert et fermé de l'interrupteur, est représenté par :

$$\dot{x}(t) = \begin{cases} \check{F}x(t) + \check{G}_1 v_e(t) + \check{G}_2, & t \in \check{I}(d[k]) \\ \hat{F}x(t) + \hat{G}_1 v_e(t) + \hat{G}_2, & t \in \hat{I}(d[k]) \end{cases} \quad (1.40)$$

$$v_s(t) = \begin{cases} \check{H}x(t) + \check{J}v_e(t), & t \in \check{I}(d[k]) \\ \hat{H}x(t) + \hat{J}v_e(t), & t \in \hat{I}(d[k]) \end{cases} \quad (1.41)$$

avec  $v_s$  la tension de sortie et <sup>2</sup>

$$\begin{cases} \check{I}(d[k]) & := [kT; (k+d[k])T) \\ \hat{I}(d[k]) & := [(k+d[k])T; (k+1)T) \end{cases}$$

Ensuite, la sortie utilisée pour la commande est  $y[k] = \frac{1}{T} \int_{(k-1)T}^{kT} v_s(t) dt$ .

#### – *Modèle robuste à temps discret*

Cette approche modélise les convertisseurs DC-DC en temps discret par :

$$x[k+1] = \bar{\Phi}(R)x[k] + \bar{\Gamma}(d[k], R) \quad (1.42)$$

où  $\bar{\Phi}(R)$  et  $\bar{\Gamma}(d[k], R)$  dépendent du rapport cyclique  $d$  et la charge  $R$  (considérée résistive). Ce modèle n'étant pas adapté pour la commande, une représentation linéaire est utilisée :

$$x[k+1] = \Phi x[k] + \Gamma d[k] \quad (1.43)$$

---

2.  $:=$  désigne une définition

En remplaçant (1.42) par (1.43), l'erreur maximale est donnée par :

$$J = \sup \left\| \Phi x + \Gamma d - \bar{\Phi}(R)x - \bar{\Gamma}(d, R) \right\| \quad (1.44)$$

Il faut minimiser  $J$ . Le problème de synthèse d'une loi de commande est donc formulé comme un problème d'optimisation tout en intégrant l'objectif de minimisation de  $J$ .

### 1.1.4 Modèles linéaires à paramètres variants

Une façon de représenter la non linéarité d'un système est de le transformer en un système linéaire, mais en considérant que les matrices d'état dépendent elles-mêmes des paramètres variant dans le temps. Ceci a pour but de profiter de la forme linéaire afin d'appliquer des techniques de synthèse de lois de commande bien formulées pour ces classes de systèmes. Ces techniques transforment généralement les problèmes de synthèse en des problèmes d'optimisation sous forme d'équations de Riccati ou d'inégalités matricielles. Un système linéaire à paramètres variants (LPV) est décrit par :

$$\begin{cases} \dot{x} &= A(\theta)x + B(\theta)u \\ y &= C(\theta)x + D(\theta)u \end{cases} \quad (1.45)$$

$\theta(t) = (\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_p)^\top$  est un vecteur de  $p$  paramètres. Souvent, la synthèse de lois de commande exige la connaissance des bornes inférieures et supérieures sur  $\theta$ , et parfois aussi, sur  $\dot{\theta}$ . Parmi les systèmes LPV, trois types sont souvent utilisés et traités : systèmes LPV affines, polytopiques et les représentations linéaires fractionnaires.

#### – *LPV affine*

Les matrices d'états dépendent de  $\theta$  d'une façon affine. Elles peuvent être exprimées sous la forme :

$$M = \sum M_i \theta_i ; M = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad (1.46)$$

#### – *LPV polytopique*

Les matrices d'état sont chacune une combinaison barycentrique de plusieurs matrices :

$$M = \sum \alpha_i M_i^s ; 0 \leq \alpha_i \leq 1 \text{ et } \sum \alpha_i = 1 \quad (1.47)$$

Les représentations affines et polytopiques sont équivalentes. Nous pouvons passer d'une à l'autre, par exemple, en exprimant chaque matrice de sommet

$M_i^s$  en fonction des matrices  $M_i$  et les bornes de  $\theta$ . De la même façon,  $\alpha_i$  peut être exprimée en fonction des  $\theta_i$  et leurs bornes.

– **Représentation linéaire fractionnaire**

La transformation linéaire fractionnaire (LFT de l'anglais : Linear Fractional Transformation) représente le système par une interconnexion d'un système linéaire à temps invariant (LTI) avec une matrice (système statique)  $\Delta$  dépendant des paramètres (Fig. 1.10). La dépendance des paramètres est donc découplée et mise à part du système LTI. Cette représentation est utilisée dans le cas où les matrices d'état dépendent rationnellement des paramètres. Cependant, il n'est pas toujours aisé de trouver une représentation LFT d'ordre minimale, c'est à dire, avec une matrice  $\Delta$  de taille minimale.

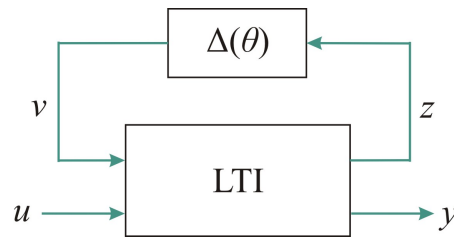


Figure 1.10 – Représentation linéaire fractionnaire

Les modèles LPV peuvent être à temps continus ou bien discrets et dans les deux modes de conduction. Ils sont rarement utilisés pour les convertisseurs DC-DC en raison de la difficulté de les ramener sous les trois formes présentées précédemment. En général, le modèle moyen bilinéaire est représenté sous la forme affine ou polytopique, ce qui donne une approche conservative [OLA<sup>+</sup>10]. Autrement, le système bilinéaire est linéarisé et le point d'équilibre est considéré comme le paramètre  $\theta$  variant dans le temps et donc, une des trois représentations est utilisée.

### 1.1.5 Modèles énergétiques

Une classe de modèles continus en mode CCM ou DCM, très intéressante pour les convertisseurs de puissance, est la classe de modèles énergétiques. Le terme « énergétiques » signifie que la représentation reflète le comportement du point de vue énergétique. Le modèle est donc formulé à partir des énergies du système ou, plus formellement, des fonctions de stockage. Il existe deux types de modèles énergétiques utilisés pour les convertisseurs DC-DC : le modèle d'Euler-Lagrange

et le modèle Hamiltonien. Nous présentons le principe de chaque modèle en bref.

– **Modèle d'Euler-Lagrange**

Ce modèle est fondé sur l'équation d'Euler-Lagrange utilisée souvent pour décrire et modéliser les systèmes mécaniques, en particulier dans le domaine de la robotique. L'équation différentielle a la forme :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}}(q, \dot{q}) - \frac{\partial L}{\partial q}(q, \dot{q}) = - \frac{\partial F}{\partial \dot{q}}(\dot{q}) + Q \quad (1.48)$$

avec  $L(q, \dot{q}) = T(\dot{q}) - V(q)$  et :

$$\left\{ \begin{array}{ll} L & \rightarrow \text{Lagrangien} \\ T & \rightarrow \text{Energie cinétique} \\ V & \rightarrow \text{Energie potentielle} \\ F & \rightarrow \text{Fonction de dissipation de Rayleigh} \\ Q & \rightarrow \text{Entrées exogènes} \\ q & \rightarrow \text{Position mécanique} \end{array} \right.$$

Dans le cas des systèmes électriques, notamment les convertisseurs DC-DC, il est nécessaire d'établir l'analogie des énergies cinétique et potentielle et la fonction de dissipation de Rayleigh. L'analogie de la position est la charge stockée dans les condensateurs. L'analogie de la vitesse et la force sont donc le courant et la tension respectivement. L'analogie de l'énergie cinétique est alors celle emmagasinée dans les inductances. D'autre part, l'analogie de l'énergie potentielle est celle stockée dans les condensateurs grâce aux charges. La fonction de dissipation de Rayleigh représente la dissipation dans le circuit électrique qui est naturellement décrite par des résistances pures. Nous pouvons dire que l'inductance est l'équivalent à l'inertie mécanique, la capacité à l'élasticité et la résistance au frottement. En remplaçant dans (1.48), l'équation de la dynamique du système est obtenue.

– **Modèle Hamiltonien**

Dans cette approche, l'équation de la dynamique est obtenue sous la forme :

$$\dot{x} = (J - R) \frac{\partial H}{\partial x} + \xi \quad (1.49)$$

où  $J$  est une matrice antisymétrique, appelée matrice d'interconnexion,  $R$  une matrice de dissipation qui est semi-définie positive,  $H$  l'énergie totale du système (somme des énergies cinétique et potentielle) et  $\xi$  un vecteur des entrées exogènes. Le vecteur d'état  $x$  est constitué des flux traversant les inductances et des charges stockées dans les condensateurs, au lieu des courants et tensions. Ce modèle peut-être déduit du modèle moyen ou bien en

utilisant une méthode systématique qui est développée dans le chapitre 4.

Ces deux approches énergétiques sont détaillées dans le chapitre 4.

## 1.2 Discussion sur les modèles

Comme nous l'avons vu, diverses approches sont impliquées dans la modélisation des convertisseur DC-DC et conduisent parfois à des résultats similaires. En réalité, chaque approche a été conçue pour un objectif. Il faut donc pouvoir déterminer l'utilisation de chacune d'elles afin de décider lesquelles seront utiles et dans quelles perspectives. Après avoir analysé ces modèles, nous estimons leurs potentialités, vis-à-vis de leur exploitation pour l'analyse des comportements des convertisseurs et la synthèse de lois de commande globales robustes, en termes de la complexité mathématique, précision et faisabilité d'implantation pratique.

Le modèle moyen, représenté par (1.1), fournit un modèle unifié pour tous les types de convertisseurs DC-DC en utilisant une forme générale canonique. La représentation d'état globale permet d'analyser la stabilité et la conception des lois de commande non linéaires. Ce modèle bilinéaire est assez simple mathématiquement et est valide sur tout l'espace de fonctionnement du convertisseur. Il reflète donc le comportement moyen des variables d'état. Dans la majorité des cas, le dimensionnement du circuit du convertisseur est fait de façon à assurer des ondulations faibles autour de la valeur moyenne. Il est donc très raisonnable d'utiliser ce modèle pour l'analyse et la synthèse. Cependant, il est valide pour une plage de fréquences qui doit être inférieure à la fréquence de commutation. Dans les applications industrielles, les contraintes de poids et d'encombrement obligent souvent le concepteur à choisir des fréquences de découpage élevées. En revanche, le mode DCM n'est pas bien représenté en raison de la réduction de l'ordre qui conduit à la perte de la dynamique d'une variable d'état.

L'approche par modèle en circuit moyenné dans la section 1.1.1.2.1 est très utile pour l'analyse des fonctions de transfert locales, l'étude des impédances d'entrée et de sortie du circuit du convertisseur et l'intégration avec d'autres circuits électroniques. Cependant, l'exploitation pour la synthèse des lois de commande non linéaires robustes est limitée.

Dans les sections 1.1.1.2.2 et 1.1.1.2.3, les modèles d'ordre plein présentent une formulation plus précise que le modèle moyen initial. Ils reflètent, selon les précisions de leurs approximations, les ondulations des signaux en temps réel et sont moins limités en fréquence. Néanmoins, ils sont conçus pour le mode CCM seulement et ont des formulations mathématiques complexes, ce qui rend très difficile leur exploitation pour la synthèse des lois de commande non linéaires. Ils conviennent mieux aux convertisseurs à résonance.



Les modèles d'ordre plein corrigé dans les sections 1.1.1.3.1 et 1.1.1.3.2 ont les mêmes caractéristiques en mode CCM que le modèle moyen initial. En revanche, ils sont conçus spécialement pour le mode DCM, et présentent une très haute précision pour ce mode. Leur formulation est aussi assez simple pour la synthèse des lois de commande non linéaires, mais ils reflètent toujours le comportement moyen. De plus, le modèle numérique de la section 1.1.1.3.2 est plus précis dans le cas de la présence d'éléments parasites, mais devient plus complexe du point de vue de la synthèse en raison du manque des expressions analytiques.

Concernant les modèles à temps discret, il est évident que le modèle linéaire de la section 1.1.2.1 est valide localement. Les modèles bilinéaires des sections 1.1.2.2 et 1.1.2.3 ont presque les mêmes caractéristiques que le modèle moyen continu (1.1) en termes de comportement et de synthèse de lois de commande. Cependant, le modèle amélioré (section 1.1.2.3) présente une meilleure précision. De plus, les modèles discrets non linéaires des sections 1.1.2.4.1, 1.1.2.4.2 et 1.1.2.4.3 présentent une meilleure précision au niveau de l'analyse de comportement, mais sont plus complexes à utiliser pour la synthèse des lois de commande.

Seulement les modèles des sections 1.1.2.4.2 et 1.1.2.4.3 peuvent être utilisés pour les deux modes de conduction. Enfin, l'avantage des modèles à temps discret est la facilité d'implantation pratique, étant donné que les modèles à temps continu devront être discrétisés avant d'être implantés. Néanmoins, les méthodologies et approches de synthèse des lois de commande sont beaucoup plus nombreuses et avancées dans le cas des modèles à temps continus, ce qui explique le besoin de la synthèse à temps continu. De plus, la synthèse directe et non linéaire à temps discret est beaucoup plus difficile.

Les modèles hybrides traitent les deux modes de conduction de la même façon. Ils reflètent un comportement très précis du convertisseur en raison de leur modélisation de chaque configuration précisément. De plus, cette modélisation est parfaitement linéaire, ce qui facilite l'analyse et la synthèse des lois de commande. Cependant, la difficulté reste dans la gestion des transitions entre les configurations, qui peut être très couteuse en termes de complexité mathématique et d'analyse de la stabilité des lois de commande synthétisées. Aussi, l'implantation pratique devient plus complexe.

Les deux dernières classes des modèles présentées (modèles linéaires à paramètres variants et modèles énergétiques) sont généralement issues du modèle moyen bilinéaire. Même s'ils ont des caractéristiques proches, leur objectif est de pouvoir analyser le comportement et éventuellement synthétiser des lois de commande selon des points de vue différents et efficaces. Les modèles LPV consistent à utiliser des techniques linéaires pour les systèmes non linéaires, mais cela peut conduire à des formulations mathématiques complexes. Les modèles énergétiques ont pour rôle de refléter le comportement afin de l'améliorer du point de vue énergétique.

## 1.3 Choix des modèles et conclusion

Le choix d'un modèle pour une commande est déterminé selon les exigences pour atteindre certains niveaux de performances (précision, rapidité, insensibilité aux bruits, ...) et de robustesse exprimés par le cahier des charges. Cependant, pour un système donné, il n'est pas toujours facile de décider quelle loi de commande donnera les meilleurs résultats, mais il est possible d'envisager une classe des lois de commande et de les étudier. Par conséquent, les classes de structures/méthodes de commande exigeront des modèles dédiés. Cette thèse se focalise donc sur la synthèse des lois de commande non linéaires tout en assurant la faisabilité de leur implantation pratique et de la réponse aux cahiers des charges.

Dans un premier temps, le comportement non linéaire des convertisseurs DC-DC est précisément analysé afin de mieux comprendre et choisir des lois de commande adaptées. Pour cela, le modèle moyen bilinéaire (1.1) est utilisé, et une caractérisation est définie dans le chapitre 2. Nous estimons que ce modèle reflète suffisamment l'analyse souhaitée pour la commande avec un bon compromis précision/complexité. Il est alors utilisé pour étudier et synthétiser des lois de commande et des observateurs par l'approche des modes glissants (chapitre 3). De plus, l'approche énergétique est particulièrement abordée dans cette thèse et les modèles énergétiques sont en conséquence étudiés et détaillés dans le chapitre 4. L'approche par « immersion et invariance » est exploitée pour l'estimation et l'observation (chapitre 5). Le modèle moyen bilinéaire est encore utilisé. Dans toutes les approches traitées, les avantages, inconvénients et conséquences du choix du modèle correspondant sont clarifiés dans les chapitres dédiés. Finalement, le choix des modèles à temps continu et non pas discrets se fonde sur la discussion donnée dans la section 1.2.



## Chapitre 2

# Analyse du point de vue de la commande

*La mise en œuvre des algorithmes et lois de commande nécessite des modèles qui reflètent le comportement du circuit électronique d'un convertisseur. Cela est souvent une tâche difficile pour les ingénieurs et chercheurs en électronique de puissance et en automatique. Nous avons vu dans le chapitre 1 que de nombreux modèles, fondés sur différentes approches mathématiques, ont été développés dans la littérature. Certains conviennent aux automaticiens, tandis que d'autres ne sont pas adaptés dans un environnement industriel, en raison de leur complexité qui, d'une part, impose un travail analytique important, d'autre part rendent des algorithmes de résolution numériques fastidieux ou encore difficiles à implanter en temps réel en raison des ressources nécessaires à leur implantation. Cependant, après avoir décidé d'exploiter une approche de modélisation pour la commande, la synthèse ne peut pas être directement effectuée. Il est nécessaire d'analyser le système du point de vue de la commande. En général, les analyses comprennent l'étude du comportement physique du système à commander. Dans le cas des convertisseurs de puissance, il s'agit d'étudier le fonctionnement électronique du circuit. Presque toutes ces analyses abordent le comportement du circuit et donc, l'automaticien doit essayer de transformer ces résultats avec sa propre méthode d'interprétation, pour pouvoir synthétiser les lois de commande. Ceci a créé parfois une certaine distance entre les automaticiens et les électroniciens de puissance. L'objectif de cette analyse du point de vue de la commande est donc d'essayer de réduire, voire éliminer cette distance et, éventuellement, interpréter et associer au comportement physique, des règles en automatique à prendre en compte lors de la synthèse. En préalable à l'analyse, ce chapitre présente une illustration du processus de dimensionnement du circuit d'un convertisseur DC-DC afin de faire le lien entre les éléments du circuit et son comportement physique. Ensuite, les marges de fonctionnement d'un convertisseur sont établies pour assu-*

*rer un mode de fonctionnement, puis une méthode systématique pour l'analyse du point de vue de la commande est proposée. Cette analyse est mise en évidence par la synthèse des lois de commande classiques. Comme indiqué dans la section 1.3 du chapitre 1, le modèle moyen est utilisé. Ce chapitre se conclut par l'illustration de la corrélation entre le modèle moyen bilinéaire, le modèle en commutation et les résultats expérimentaux.*

## **2.1 Pré-dimensionnement et analyse du fonctionnement quasi-statique**

Un convertisseur DC-DC est généralement conçu pour fonctionner dans un ou plusieurs environnements bien connus et aussi pour respecter une ou plusieurs spécifications bien définies. Le pré-dimensionnement du circuit est donc réalisé afin de satisfaire des conditions d'utilisation. Il est alors évident que le comportement physique est directement lié aux valeurs des composants du convertisseur et à la fréquence de commutation. Il faut choisir les composants de puissance pour une valeur ou bien une plage de fréquences de commutation. Cependant, le fonctionnement à plusieurs fréquences complique le dimensionnement au niveau de la taille du circuit et d'autres contraintes technologiques comme l'ondulation de tension de sortie. Il est donc préférable de prévoir une fréquence fixe du point de sa réalisation et en particulier dans un cadre industriel.

La tâche de stabilisation et d'adaptation du convertisseur aux différents environnements et consignes d'opération est réalisée par le biais de la loi de commande. Nous allons donc illustrer le processus de dimensionnement des convertisseurs pour une fréquence de commutation fixe. De plus, dans cette thèse, nous nous intéressons aux problèmes de stabilisation des convertisseurs DC-DC à ordre élevé, comme le SEPIC (Single-Ended Primary Inductor Converter), qui ne sont généralement pas présents pour les convertisseurs basiques. Le dimensionnement est donc illustré pour le convertisseur SEPIC dans le mode CCM. Concernant le choix de la fréquence de commutation, deux fréquences sont choisies pour les deux prototypes expérimentaux réalisés au laboratoire spécifiquement pour valider expérimentalement les outils méthodologiques proposés. Un prototype utilisant une carte d'acquisition dSpace® à 20kHz, et un autre une carte FPGA à 500kHz.

Le convertisseur SEPIC est constitué d'une cellule de commutation, de deux condensateurs et de deux inductances (Fig.2.1). Nous considérons toujours que la charge est résistive.

Le pré-dimensionnement des éléments passifs du circuit du convertisseur est effectué à partir de la définition des contraintes quasi-statiques pour la puissance,

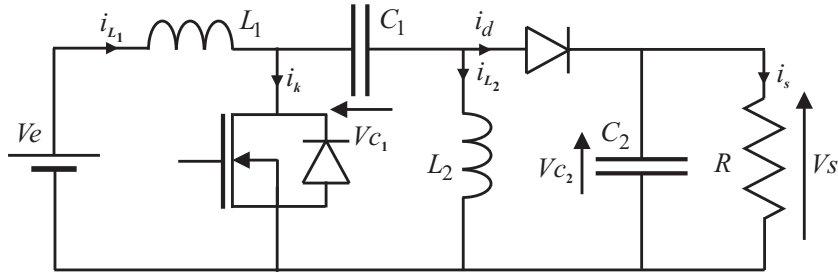


Figure 2.1 – Schéma du convertisseur SEPIC

les tensions et les courants du circuit. La diode et l'interrupteur sont dimensionnés à partir de la définition des valeurs des tensions et courants maximales admissibles et aussi des pertes en conduction et en commutation.

### 2.1.1 Pré-dimensionnement des éléments passifs

Prenons les contraintes quasi-statiques suivantes, où le terme « quasi-statiques » indique que nous considérons les valeurs permanentes (statiques) :

- $P \in [P_{min} ; P_{max}]$  (plage de la puissance  $P = V_e I_e = V_s I_s$ )
- $V_e \in [V_{emin} ; V_{emax}]$  (plage de la tension d'entrée)
- $\Delta i_e < x_{ie} I_{emin}$  (ondulation du courant d'entrée)
- $\Delta v_s < x_{vs} V_s$  (ondulation de la tension de sortie)
- $\Delta v_{C1} < x_{vC1} V_{emin}$  (ondulation de la tension  $V_{C1}$ )
- Mode CCM sur la plage  $P \in [P_{min} ; P_{max}]$  &  $V_e \in [V_{emin} ; V_{emax}]$
- Fréquence de découpage (commutation) fixée selon de type d'application : 20kHz pour la solution à base de la carte dSpace et 500kHz pour la version à base de FPGA

où  $x_{ie}$ ,  $x_{vs}$  et  $x_{vC1}$  sont des pourcentages à définir en fonction de l'application envisagée. Le dimensionnement est fait à partir des chronogrammes des courants et tensions au sein du convertisseur : Fig. 2.2. Nous supposons que la tension d'entrée et le courant de sortie sont constants et nous supposons que le fonctionnement du convertisseur est dans le mode CCM.

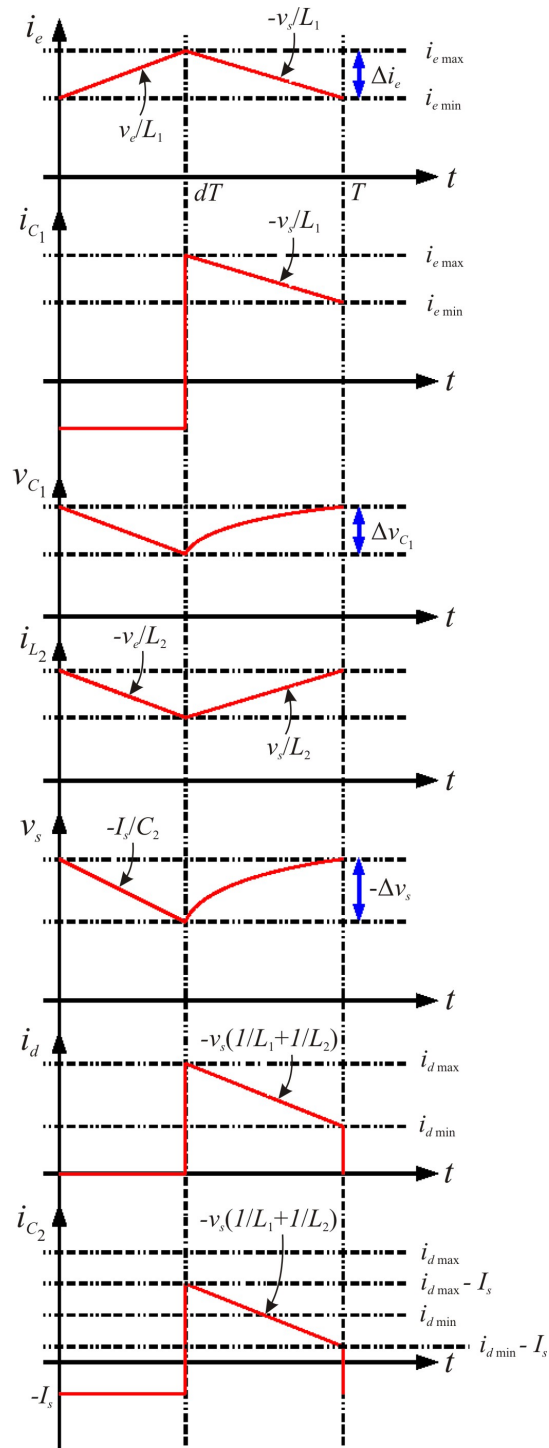


Figure 2.2 – Chronogrammes des courants et tensions en mode CCM pour le convertisseur SEPIC

### 2.1.1.1 Relation entrée/sortie

La relation entrée/sortie du convertisseur est obtenue en considérant la valeur moyenne de la tension  $v_{L_1}$ . Nous avons, d'une part  $\langle v_{L_1} \rangle = 0$ , et d'autre part,  $\langle v_{L_1} \rangle = dV_e - (1-d)V_s$ , ce qui donne :

$$V_s = \frac{d}{1-d} V_e \quad (2.1)$$

### 2.1.1.2 Conditions de conduction continue

Il y a plusieurs méthodes pour définir la limite de conduction entre CCM et DCM, selon l'intérêt du comportement des tensions et courants du convertisseur. Par exemple, la Fig. 1.2 du Chapitre 1 définit la limite par rapport au courant de l'inductance  $i_L$ . Dans notre cas, elle est définie quand  $i_{dmin} = 0$ . Si  $i_{dmin} > 0$ , nous fonctionnons en mode CCM. La valeur moyenne du courant de la diode est égale au courant de sortie (la valeur moyenne du courant du condensateur  $C_2$  étant égale à 0). Nous avons donc :

$$\begin{cases} \langle i_d \rangle = I_s \\ \langle i_d \rangle = \frac{i_{dmin} + i_{dmax}}{2} (1-d) \\ i_{dmax} = i_{dmin} + V_s \frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2} (1-d)T \end{cases}$$

ce qui donne :

$$i_{dmin} = \frac{I_s}{1-d} - V_s \frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2} \frac{(1-d)T}{2}$$

La limite de conduction continue est définie lorsque  $i_{dmin} = 0$ . Nous obtenons la relation :

$$\frac{I_s}{1-d} = V_s \frac{(1-d)}{FL_{eq}} ; L_{eq} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} ; F = 1/T$$

Pour mieux caractériser la frontière entre les deux modes de conduction, nous définissons les unités réduites suivantes :

$$x = \frac{FL_{eq}I_s}{V_e} \quad \& \quad y = \frac{V_s}{V_e}$$

La relation définissant la frontière entre CCM et DCM est en utilisant ces définitions :

$$x_{limite} = \frac{1}{2} \frac{y}{(1-y)^2} \quad (2.2)$$

La Fig. 2.3 donne le réseau de courbes de fonctionnement de la structure SEPIC avec la frontière CCM/DCM donnée par l'équation (2.2) en rouge. Nous souhai-



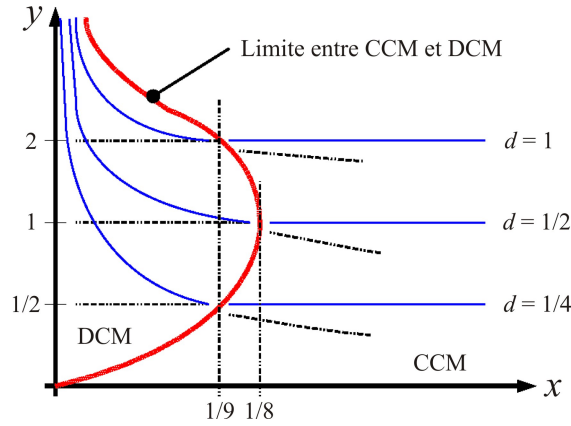


Figure 2.3 – Courbes de fonctionnement de la structure SEPIC et frontière CCM/DCM

tons que le convertisseur fonctionne en mode CCM sur la plage  $P \in [P_{min}; P_{max}]$  &  $V_e \in [V_{emin}; V_{emax}]$ ; pour cela, l'inégalité suivante doit être vérifiée :

$$x_{limite} < x_{CCM} \Rightarrow \frac{FL_{eq}I_s}{V_e} > \frac{1}{2} \frac{y}{(1-y)^2}$$

ce qui donne :

$$L_{eq} > \frac{V_s^2}{2FP(1 + \frac{V_s}{V_e})^2} = f(P, V_e) \quad (2.3)$$

### 2.1.1.3 Pré-dimensionnement de $L_1$

Pour dimensionner  $L_1$ , nous imposons la contrainte suivante :

$$\Delta i_e < x_{ie} I_{emin} = x_{ie} \frac{P_{min}}{V_{emax}}$$

A l'aide du chronogramme de la Fig. 2.2, nous pouvons calculer  $\Delta i_e$  :

$$\Delta i_e = \frac{V_e}{L_1} dT$$

Après simplification, nous obtenons l'inégalité suivante :

$$L_1 > \frac{V_s V_{emax}}{x_{ie} F P_{min} (1 + \frac{V_s}{V_e})} = f_{L_1}(V_e)$$

La fonction  $f_{L_1}$  est maximale pour  $V_e = V_{emax}$ , donc :

$$L_1 > L_{1max} = \frac{V_s V_{emax}}{x_{ie} F P_{min} (1 + \frac{V_s}{V_{emax}})} \quad (2.4)$$

#### 2.1.1.4 Pré-dimensionnement de $L_2$

En utilisant (2.3) et (2.4), nous pouvons donner une relation de contraintes sur  $L_2$  :

$$L_2 > L_{2max} = \frac{1}{\frac{2FP_{min}(1 + \frac{V_s}{V_{emax}})^2}{V_s^2} - \frac{1}{L_{1max}}} \quad (2.5)$$

#### 2.1.1.5 Pré-dimensionnement de $C_2$

Pour dimensionner  $C_2$ , nous imposons la contrainte  $\Delta v_s < x_{vs} V_s$ , et nous calculons donc  $\Delta v_s$  à l'aide du chronogramme de la Fig. 2.2.

$$\Delta v_s = \frac{I_s}{C_2} dT$$

Après simplification, nous obtenons :

$$C_2 > \frac{P}{x_{vs} F v_e (V_s + V_e)} = f_{C_2}(V_e)$$

La fonction  $f_{C_2}$  est maximale pour  $V_e = V_{emin}$  et  $P = P_{max}$ , donc :

$$C_2 > C_{2max} = \frac{P_{max}}{x_{vs} F V_{emin} (V_s + V_{emin})} \quad (2.6)$$

#### 2.1.1.6 Pré-dimensionnement de $C_1$

Pour  $C_1$ , nous imposons  $\Delta v_{C_1} < x_{vC_1} V_{emin}$ . Encore, à l'aide du chronogramme de la Fig. 2.2, nous pouvons calculer  $\Delta v_{C_1}$  :

$$\Delta v_{C_1} = \int_{dT}^T dv_{C_1} = \frac{1}{C_1} \int_{dT}^T i_{C_1} dt = \frac{1}{C_1} \int_{dT}^T \left( -\frac{v_s}{L_1} t + i_{emax} \right) dt$$

Supposant que le rendement du convertisseur est égal à l'unité (sans pertes),  $\langle i_d \rangle = I_s$  et donc :

$$i_{emax} = i_{emin} + \frac{V_s}{2L_1} (1 - d) T$$

Nous obtenons après simplification :

$$C_1 > C_{1max} = \frac{P_{max}}{x_{vC_1} F V_{emin} (V_s + V_{emin})} \quad (2.7)$$

## 2.1.2 Pré-dimensionnement du MOSFET et de la diode

### 2.1.2.1 MOSFET, pertes en conduction

L'allure de la tension et du courant au sein de l'interrupteur MOSFET sont montrés dans la Fig. 2.4. Le MOSFET à l'état passant (conduction) est modélisé

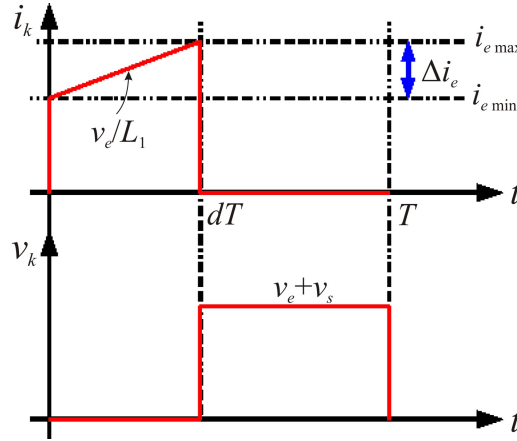


Figure 2.4 – Tension/courant au sein du MOSFET

par une résistance  $R_{dsON}$ . La puissance de conduction correspondante est donnée par :

$$P_{condMOS} = \int_0^{dT} R_{dsON} i_k^2 dt = \int_0^{dT} R_{dsON} \left( \frac{v_e}{L_1} t + i_{emin} \right)^2 dt \quad (2.8)$$

où  $i_{emin} = \frac{P}{V_e} - \frac{V_s}{2FL_1} (1 - d)$ .

### 2.1.2.2 MOSFET, pertes en commutation

Lors du changement d'état des interrupteurs, la présence simultanée de courant et tension, de manière transitoire, génère des pertes dites « en commutation ». Celles-ci sont dépendantes des MOSFET, des drivers et du câblage (inductances parasites). La Fig. 2.5 montre quatre temps de commutation du MOSFET pendant une période  $T$ . Nous les notons  $t_{r1}$ ,  $t_{f1}$ ,  $t_{r2}$  et  $t_{f2}$ , correspondant respectivement au temps de montée du courant et temps de descente de la tension durant la fermeture de l'interrupteur, et ensuite, au temps de montée de la tension et temps de descente du courant durant l'ouverture.

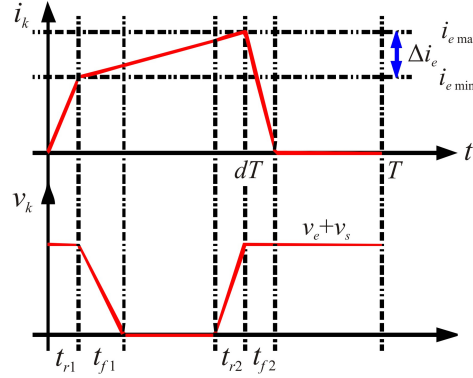


Figure 2.5 – Mise en évidence des temps de montée et de descente des commutations du MOSFET

### 2.1.2.3 MOSFET, contraintes maximales

Pour pré-dimensionner le MOSFET, il est nécessaire connaître les valeurs maximales du courant et de la tension appliqués. Ils sont donnés par :

$$\begin{cases} I_{kmax} = i_{emax} = \frac{P_{max}}{V_{emin}} + \frac{V_s}{2FL_1} \left(1 - \frac{V_s}{V_{emin} + V_s}\right) \\ V_{kmax} = V_{emax} + V_s \end{cases} \quad (2.9)$$

### 2.1.2.4 Diode, pertes en conduction

La diode est modélisée à l'état passant par une résistante  $r_{ON}$  et une source de tension  $V_{ON}$ . La valeur moyenne de la puissance dissipée dans la diode est donc donnée par :

$$P_{condiode} = \frac{1}{T} \int_0^T v_d i_d dt = \frac{1}{T} \int_0^T V_{ON} i_d dt + \frac{1}{T} \int_0^T r_{ON} i_d^2 dt \quad (2.10)$$

### 2.1.2.5 Diode, contraintes maximales

Comme pour le MOSFET, pour pré-dimensionner la diode, il faut connaître les valeurs maximales du courant et de la tension appliqués. Ces valeurs sont données par :

$$\begin{cases} I_{dmax} = i_{dmax} = i_{emax} = \frac{(L_1 + L_2)V_{emax}^2 V_s^2 + 2FL_1 L_2 P_{max}(V_{emax} + V_s)}{2FL_1 L_2 V_{emax} V_s (V_{emax} + V_s)} \\ V_{dmax} = -V_{emax} - V_s \end{cases} \quad (2.11)$$

$F(\text{kHz})$	$L_1(\text{H})$	$L_2(\text{H})$	$C_1(\text{F})$	$C_2(\text{F})$
20	2,3m	330 $\mu$	190 $\mu$	190 $\mu$
500	185 $\mu$	13 $\mu$	7,6 $\mu$	7,6 $\mu$

Tableau 2.1 – Valeurs numériques des éléments passifs

### 2.1.3 Résultats numériques

Les valeurs numériques des éléments passifs sont choisies d'après les données des catalogues des constructeurs, et en utilisant (2.4), (2.5), (2.7) et (2.6). Concernant le MOSFET et la diode, (2.9) et (2.11) sont utilisées pour les choisir. Ensuite, leurs pertes maximales, en fonction de  $P$  et  $V_e$ , sont calculées selon (2.8), les pertes du MOSFET en commutation (section 2.1.2.2) et (2.10) afin de déterminer le rendement  $\eta$  du circuit. Nous considérons les contraintes quasi-statiques suivantes :

- $P \in [P_{min} ; P_{max}] = [10 ; 100]\text{W}$
- $V_e \in [V_{emin} ; V_{emax}] = [15 ; 25]\text{V}$
- Tension de sortie nominale égale à 20V
- $\Delta i_e < x_{ie} I_{emin} : x_{ie} = 60\%$
- $\Delta v_s < x_{vs} V_s : x_{vs} = 5\%$
- $\Delta v_{C_1} < x_{vC_1} V_{emin} : x_{vC_1} = 5\%$

Les tableaux 2.1 et 2.2 résument les valeurs numériques pour les deux fréquences de commutation considérées (20kHz et 500kHz). Nous remarquons que les valeurs des contraintes courant/tension du MOSFET et de la diode ne varient pas. Donc, quelle que soit la fréquence de fonctionnement, nous pouvons choisir un seul MOSFET et une seule diode. Afin d'estimer les pertes dans le convertisseur, nous choisissons un MOSFET IRFR3518 avec les caractéristiques (80V-30A- 29m $\Omega$ - $t_r=25\text{ns}$ - $t_f=13\text{ns}$ ) et une diode Schottky 30CPQ150 avec les caractéristiques (150V-2 $\times$ 15A- $V_{ON}=0,78$ ). Le tableau 2.3 résume les valeurs numériques. Ces pertes peuvent être évacuées facilement en utilisant un simple Substrat Métal Isolant (SMI).

$F(\text{kHz})$	$I_{kmax}(\text{A})$	$V_{kmax}(\text{V})$	$I_{dmax}(\text{A})$	$V_{dmax}(\text{V})$
20	6,67	45	9,9	-45
500	6,67	45	9,9	-45

Tableau 2.2 – Valeurs maximales du MOSFET et diode

$F(\text{kHz})$	$P_{diode}(\text{W})$	$P_{MOS}(\text{W})$	$P_{totale}(\text{W})$	$\eta(\%)$
20	3,9	1,42	5,32	94,7
500	3,9	5,62	9,52	90,5

Tableau 2.3 – Pertes et rendement du circuit

## 2.2 Marges de fonctionnement

Dans la section précédente, nous avons expliqué les conditions de fonctionnement dans les modes CCM et DCM (Fig. 2.3). Cependant, nous présentons ici une généralisation et une reformulation de ces conditions d'un point de vue adapté pour la synthèse des lois de commande. Nous appliquons cette étude au convertisseur SEPIC, mais elle peut également être appliquée à tous les convertisseurs DC-DC.

En utilisant le modèle moyen linéaire (1.2), l'expression du gain statique  $V_s/V_e$  du SEPIC est  $\frac{V_s}{V_e} = \frac{D}{1-D}$  sans prendre en compte les pertes résistives représentées par des résistances équivalentes  $r_{L1}$  et  $r_{L2}$  en série avec les inductances  $L_1$  et  $L_2$  respectivement. En revanche, si nous prenons en compte ces pertes, l'expression du gain statique devient :

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{(1-D)DR}{(-1+D)^2R + r_{L2} - 2Dr_{L2} + D^2(r_{L1} + r_{L2})} \quad (2.12)$$

Nous voyons que dans l'expression sans pertes,  $D$  peut varier de 0 à 1 et  $V_s$  varie de 0 à  $\infty$ . Cependant, dans (2.12), si  $D$  tend vers 1,  $V_s$  tend vers 0. Ainsi, en pratique, il existe une valeur maximale pour  $D$  après laquelle  $V_s$  commence à diminuer. Au delà de cette valeur,  $V_s$  entre dans une région que nous allons appeler « région de chute de tension », où le rendement du convertisseur n'est pas très favorable. Ceci impose donc une limite supérieure sur la valeur statique du rapport cyclique. La valeur maximale  $D_{\max}$  dépend généralement des éléments dissipatifs du circuit ( $r_{L1}$ ,  $r_{L2}$  et  $R$  pour le SEPIC). Etant donné que  $r_{L1}$  et  $r_{L2}$  sont connues et ne varient pas selon le point de fonctionnement du convertisseur, nous considérons  $D_{\max}$  comme une fonction de la charge  $R$ . Cette fonction est donné par :

$$D_{\max}(R) = \frac{R + r_{L2} - \sqrt{r_{L1}(R + r_{L2})}}{R - r_{L1} + r_{L2}} \quad (2.13)$$

D'autre part, la condition de fonctionnement à la limite des modes CCM et DCM, donnée par (2.2), peut être reformulée en remplaçant  $x$  par son expression et  $y$  par (2.12). Ensuite,  $D$  est déterminé en fonction des autres variables de l'expression. Ceci donne donc une limite pour  $D$ , qui est en fait, comme une limite inférieure si nous souhaitons rester en mode CCM. Cette limite dépend aussi de  $R$  et est donnée par :

$$D_{\text{limite}}(R) = 1 - \sqrt{\frac{2FL_1L_2}{R(L_1 + L_2)}} \quad (2.14)$$

Cependant, (2.14) est valide dans le cas sans pertes en raison de la complexité de trouver l'expression exacte en prenant en compte les pertes. Pour cela, nous évaluons numériquement les différentes valeurs de  $D_{\text{limite}}(R)$  en faisant varier  $R$  dans la plage de puissance admissible. Finalement, ces valeurs numériques sont tracées en fonction de  $R$  avec les deux limites (2.13) et (2.14) dans la Fig. 2.6.

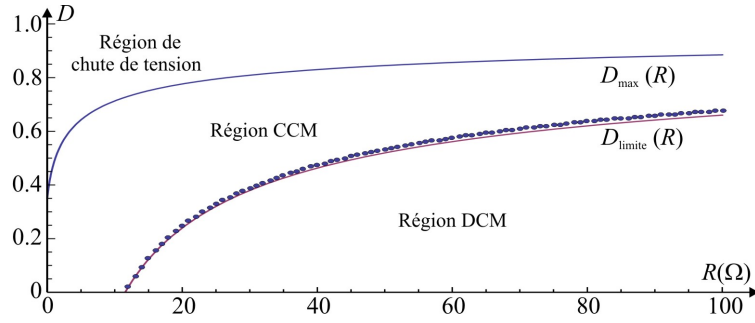


Figure 2.6 – Modes et régions d'opération selon  $R$  et  $D$

Concernant la limite entre les modes CCM et DCM, la courbe en pointillés tracée numériquement en prenant en compte les pertes, colle presque parfaitement avec celle en trait plein, trouvée analytiquement dans le cas sans pertes. Ceci montre que l'expression analytique (2.14) peut être toujours utilisée pour représenter cette limite. Finalement, d'après la Fig. 2.6 nous donnons la proposition suivante :

**Proposition 2.1.** *Dans le cas réel de fonctionnement d'un convertisseur DC-DC (prise en compte des pertes du circuit), pour chaque valeur de la charge  $R$  :*

- *Il existe une valeur maximale admissible  $D_{\text{max}}$  pour le rapport cyclique  $D$ , où  $D_{\text{max}} < 1$ . Au delà de cette valeur, la tension de sortie n'est plus convertie d'une façon similaire au cas idéal, et le rendement du convertisseur devient très faible. De plus le franchissement de cette frontière peut conduire à l'instabilité d'un convertisseur régulé car le gain en régime dynamique*

*change de signe.*

- *Il existe une plage différente et unique des valeurs admissibles pour  $D$  afin de rester en mode CCM.*
- *Le démarrage du convertisseur ne peut pas être toujours assuré dans un mode de fonctionnement (CCM ou DCM). En réalité, il existe une valeur pour  $R$  au delà de laquelle le démarrage passe du mode CCM en mode DCM. Cette valeur est l'intersection de la courbe (2.14) avec l'axe des abscisses, trouvée en mettant  $D_{\text{limite}}(R) = 0$ .*

Ce résultat d'analyse est très important des points de vue de l'électronique de puissance et de la commande. D'une part, un électronicien de puissance doit définir, a priori, la plage de puissance pour laquelle le convertisseur doit fonctionner. D'autre part, un automaticien aura une idée sur la plage de variation de la charge afin de pouvoir déterminer (d'après la Fig. 2.6) l'intervalle du rapport cyclique admissible selon le mode de fonctionnement, qui est l'intervalle de la grandeur de commande. Cela impose donc une contrainte sur la loi de commande à synthétiser. De plus, ayant cet intervalle, nous pouvons déterminer un autre intervalle définissant la variation admissible pour la consigne correspondant à une boucle fermée. Il est calculé à partir de l'expression de la valeur permanente de la sortie à asservir ((2.12) dans le cas de SEPIC). Nous obtenons donc un générateur de la trajectoire de référence, à fournir à un régulateur conçu *a priori*. La Fig. 2.7 montre l'intégration du générateur de trajectoire (en trait pointillé) dans une boucle fermée. Ce générateur nécessite cependant la connaissance de la valeur instantanée de la charge  $R$  qui peut être, éventuellement, issue d'un estimateur de charge.

Par conséquent, les deux spécialistes peuvent dimensionner ensemble le convertisseur en réfléchissant simultanément sur les applications pour lesquelles il sera conçu, et sur les lois de commande envisagées. Ceci ouvre la porte à la possibilité de prendre en compte les aspects et contraintes des lois de commande à synthétiser lors de la phase de dimensionnement et donc, de formuler un problème d'optimisation des composants du circuit du convertisseur afin de répondre à la possibilité d'implanter certaines lois de commande [Ejj10].

## 2.3 Effet des zéros instables

Dans cette section, nous présentons une analyse du comportement non linéaire du convertisseur SEPIC en termes de sa réponse fréquentielle et du comportement à déphasage non minimal caractéristique de ce type de convertisseur. Le modèle moyen linéarisé (1.2) est utilisé en faisant varier le point de fonctionnement (point



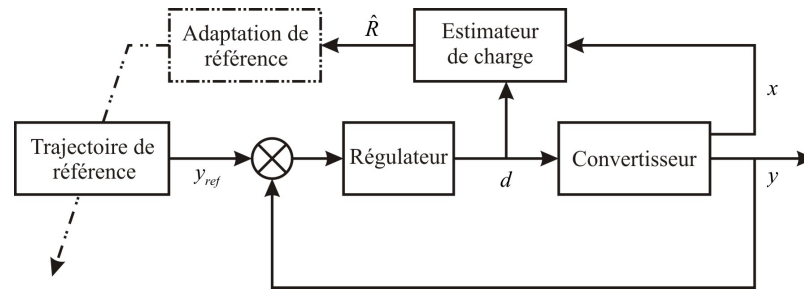


Figure 2.7 – Adaptation de la trajectoire de référence

d'équilibre), et en déterminant les pôles et zéros. Même si le terme « instable » est utilisé pour les pôles, nous l'associons à un zéro pour indiquer qu'il se trouve aussi dans le demi plan droit (déphasage non minimal). Donc, une analyse de la réponse fréquentielle du convertisseur a été réalisée pour donner une meilleure idée sur les défis à prendre en compte lors de la synthèse d'une loi de commande, surtout que les systèmes à déphasage non minimal imposent des contraintes sur la boucle fermée. Il est en effet bien connu que la position des zéros instables par rapport aux autres modes dynamiques du système pourrait imposer de contraintes lourdes sur la loi de commande et les performances en boucle fermée. La détérioration des performances peut aller d'une limitation de la bande passante jusqu'à l'instabilité. Le problème devient encore plus complexe lorsque les zéros instables n'ont pas des positions fixes et dépendent du point de fonctionnement. Il est donc essentiel avant toute tentative de concevoir une loi de commande, d'identifier et de bien localiser les zéros instables.

La fonction de transfert, entre le rapport cyclique (entrée de commande) et la tension de sortie, possède trois zéros dont les valeurs dépendent du point de fonctionnement (rapport cyclique  $D$  et la charge  $R$ ). Bien que le point de fonctionnement dépende également de la tension d'entrée, cette dernière a été fixée, parce que son influence est presque négligeable. D'autre part, la fonction de transfert, entre la tension d'entrée et la tension de sortie ne présente pas un changement de comportement important pour la synthèse des lois de commande. La localisation de la pulsation correspondant à chaque zéro, par rapport à la bande passante du système en boucle ouverte, varie selon le point de fonctionnement. Cette localisation a donc été évaluée et tracée par rapport à la bande passante du système dans deux cas :

1. En fixant la valeur de la charge  $R$  à  $22\Omega$  et en faisant varier la valeur en régime permanent du rapport cyclique  $D$  de 0,35 à 0,7.

2. En fixant  $D$  à 0,5 et en faisant varier la résistance de charge  $R$  de  $5\Omega$  à  $40\Omega$ .

Ces cas ont été choisis en utilisant les résultats de la Fig. 2.6 afin de garantir simultanément un fonctionnement en mode CCM et d'étudier un espace de fonctionnement assez large et représentatif du fonctionnement réel du convertisseur.

Le premier cas peut correspondre à une très grande variation de la tension d'entrée (ou éventuellement la tension de référence dans un système de commande en boucle fermée), tandis que le second peut correspondre à la variation de la charge connectée, qui sont les cas les plus réalistes dans les applications industrielles. Les Fig. 2.8 et 2.10 montrent les réponses fréquentielles du convertisseur avec les positions (pulsations) des zéros instables dans les cas 1 et 2 respectivement. Les flèches dans les deux figures indiquent le sens de l'évolution en fonction de l'augmentation des valeurs de  $D$  et  $R$  respectivement :

- A charge constante et lors de la variation du rapport cyclique, le troisième tracé de la Fig. 2.8 montre qu'il y a toujours un zéro réel instable (représenté par des cercles ayant une ordonnée de 0) et une paire de zéros complexes conjugués (représenté par des cercles ayant une ordonnée de 2) stables jusqu'à une certaine valeur de  $D$  au delà de laquelle ces zéros deviennent « instables ». La fréquence propre de cette paire de zéros complexes conjugués se trouve dans la bande passante ce qui peut rendre la synthèse de la loi de commande complexe, pour conserver le même niveau de performances, lorsque le point de fonctionnement se décale autour du point de fonctionnement considéré.
- En raison du changement du signe de la partie réelle des zéros complexes, la Fig. 2.8 montre qu'au delà d'une certaine valeur de  $D$ , le profil de la phase subit un changement important (rotation de phase rapide, déphasage important et que le gain diminue considérablement traduisant un zéro de transmission). Comme montré sur la Fig. 2.9, cette modification du comportement intervient pour un rapport cyclique d'environ 0,67. Toutefois, la pulsation caractéristique correspondante reste la même (autour de 1300 rd/s).
- Vis-à-vis de la variation de charge, et pour un rapport cyclique constant  $D = 0,5$ , la Fig. 2.10 montre que les profils d'amplitude et de phase restent les mêmes malgré la variation de la charge. On peut noter une variation du gain, d'environ 8 dB (soit un facteur 2,5), sur l'ensemble de fréquences de la bande passante. Le troisième tracé de cette figure montre l'existence d'un zéro réel instable quelle que soit la charge et une paire de zéros complexes conjugués stables.
- L'évolution des zéros, est montrée plus précisément par les tracés des Fig. 2.9 et 2.11 qui montrent l'évolution de la partie réelle des trois zéros.
  - Comme mentionnée précédemment, les tracés de la Fig. 2.9 indiquent

que lorsque  $D$  augmente, la paire complexe devient « moins stable » (le coefficient d'amortissement diminue en raison de la diminution de la partie réelle) jusqu'à la valeur d'environ 0,67 où elle devient instable (la partie réelle devient positive), ce qui explique la descente progressive de la phase dans la Fig. 2.8 au lieu d'une augmentation, car sa variation passe de  $+180^\circ$  à  $-180^\circ$ .

- La position du zéro réel instable s'approche de la pulsation de cassure du système (courbe décroissante) d'une manière *non linéaire* lorsque  $D$  augmente.
- Les tracés de la Fig. 2.11 permettent de conclure sur la stabilité, indépendamment de la charge, de la paire de zéros complexes et indiquent une augmentation de leur coefficient d'amortissement lorsque  $R$  s'accroît (augmentation de la partie réelle). La position du zéro réel instable s'éloigne de la bande passante de manière *linéaire*, quand  $R$  augmente c'est-à-dire lorsque puissance de sortie  $P_s$  diminue (à tension de sortie  $v_s$  constante).
- Pour mieux illustrer les tracés des Fig. 2.9 et 2.11, nous traçons dans les Fig. 2.12 et 2.13 les lieux dans le plan complexe de la paire de zéros complexes selon la variation de  $D$  et  $R$  respectivement. Sur ces courbes les flèches donnent le sens de l'évolution en fonction des valeurs croissantes de  $D$  et  $R$ . Les zéros étant symétriques par rapport à l'axe réel, seuls les lieux pour la partie imaginaire positive sont tracés. Les parties imaginaires sont quasiment constantes, ainsi ces tracés confirment les analyses précédentes : l'augmentation du rapport cyclique et (ou) la diminution de la charge conduisent à la diminution du coefficient d'amortissement des zéros.

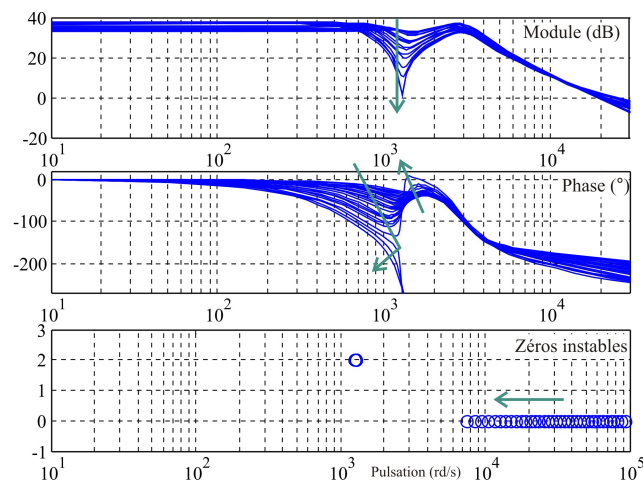
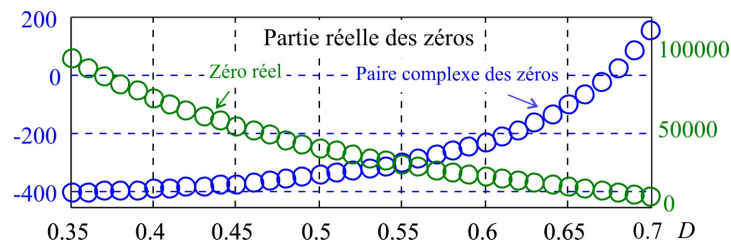
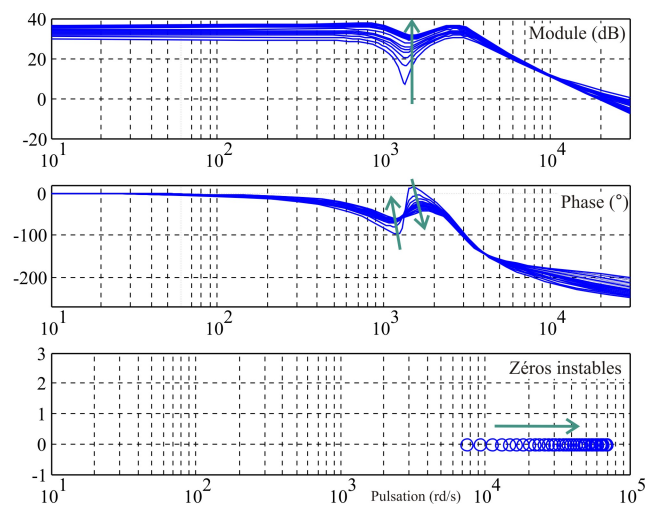
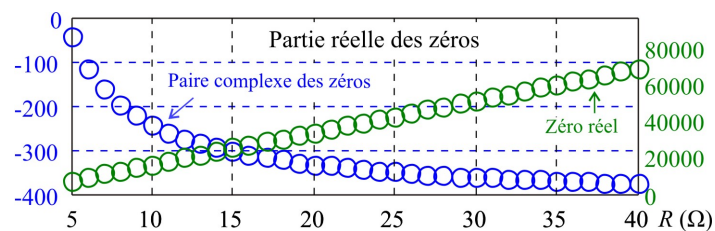
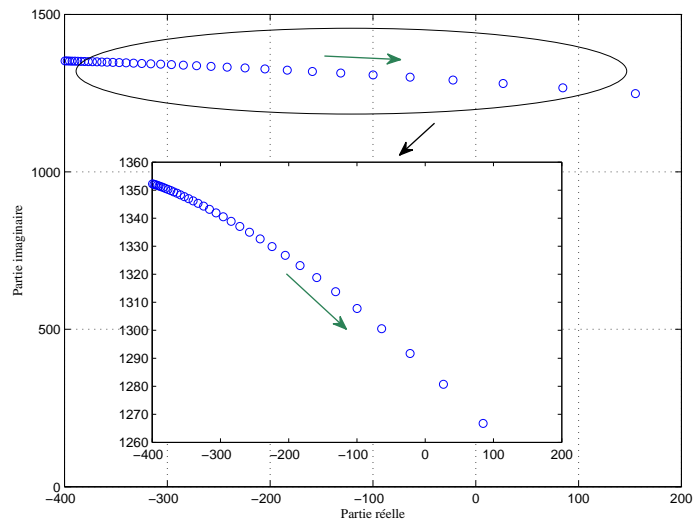
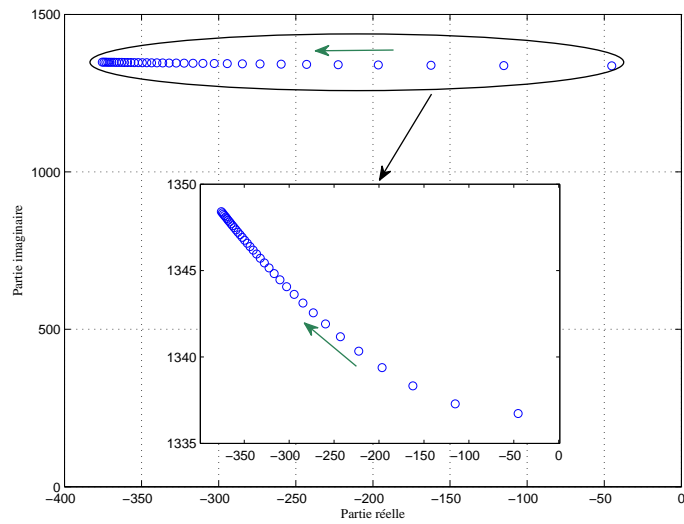


Figure 2.8 – Réponse fréquentielle et positions des zéros selon la variation de  $D$

Figure 2.9 – Evolution de la partie réelle des zéros selon la variation de  $D$ Figure 2.10 – Réponse fréquentielle et positions des zéros selon la variation de  $R$ Figure 2.11 – Evolution de la partie réelle des zéros selon la variation de  $R$

Figure 2.12 – Lieux de la paire des zéros complexes selon la variation de  $D$ Figure 2.13 – Lieux de la paire des zéros complexes selon la variation de  $R$

Cette analyse révèle que le premier cas semble plus difficile en termes de conception d'une loi de commande valide sur la plage de variation. Cela est particulier car le profil de la réponse fréquentielle subit des changements significatifs, et qu'il y a certains cas de fonctionnement avec trois zéros instables et que l'évolution du zéro réel est non linéaire. Néanmoins, le second cas semble plus facile à réguler en raison de la forme du profil avec peu de changements et de l'évolution linéaire du zéro réel (étant par ailleurs le seul instable pour cette valeur du rapport cyclique), ce qui pourrait être pris en compte par la loi de commande. Ainsi, ayant le zéro réel instable toujours à l'extérieur de la bande passante du système, il n'est pas recommandé de la réduire en boucle fermée, sauf pour le premier cas où la paire complexe devient instable pour  $D > 0,68$ . Un zéro instable très éloigné de la bande passante est généralement une configuration favorable.

Une remarque importante ici est que dans le cas d'un modèle ne prenant pas en compte les pertes, les trois zéros sont toujours instables, ce qui complique davantage la synthèse d'un régulateur robuste. Ce résultat est cohérent avec celui énoncé dans [Vor06]. Toutefois, les expressions analytiques approchées des zéros dans [Vor06] montrent une différence significative dans leurs positions avec ceux trouvés en utilisant le modèle proposé dans ce manuscrit.

Finalement, cette analyse est identiquement applicable à tous les convertisseurs DC-DC afin de caractériser leur comportement non linéaire vis-à-vis de la synthèse des lois de commande.

## 2.4 Corrélation du modèle moyen

Nous avons vu, dans les sections précédentes, une analyse systématique pour les convertisseurs DC-DC. Cette analyse est fondée sur le modèle moyen. Pour la valider complètement, il faut encore étudier la corrélation de ce modèle moyen avec le circuit réel (prototype expérimental). L'objectif ici est donc de déterminer le degré de corrélation entre les différents modèles moyens et le modèle en commutation, car la richesse d'une loi de commande dépend fortement de la réponse fréquentielle et d'autres propriétés du système. Nous illustrons cette corrélation par des tests en boucle ouverte et ensuite en boucle fermée.

### 2.4.1 Caractérisation et corrélation en boucle ouverte

Les réponses fréquentielles d'un système et celles temporelles transitoires sont liées. Par conséquent, deux tests ont été réalisés pour étudier le degré de corrélation du modèle moyen (obtenu en utilisant les représentations dans l'espace d'état) : une variation simple du rapport cyclique  $d$  en boucle ouverte, et la réponse fréquentielle de la fonction de transfert entre le rapport cyclique (entrée de

commande) et la tension de sortie, en boucle ouverte. Un point de fonctionnement a été choisi pour les essais avec les valeurs  $V_e = 20V$ ,  $D = 0,5$  et  $R = 22\Omega$ . La variation de  $d$  a été effectuée par une transition 0,5 - 0,6 - 0,5, qui est une petite variation qui respecte l'hypothèse du modèle linéaire. Les modèles comparés au circuit réel sont le modèle moyen linéaire (1.2), un modèle de circuit moyenné bilinéaire obtenu selon la méthode présentée dans la section 1.1.1.2.1 et un modèle en commutation du convertisseur (circuit implémenté avec Simulink). Le modèle moyen du circuit est obtenu en remplaçant les éléments non linéaires avec des sources de tension et de courant dépendantes. La dépendance est sur  $d$  et sur les variables d'état, et s'exprime par la moyenne des tensions et des courants correspondants. Dans notre cas, l'interrupteur et la diode sont remplacés par des sources de courant et de tension respectivement, ayant comme valeurs la moyenne du courant de l'interrupteur et celle de la tension aux bornes de la diode, respectivement. Les expressions pour le SEPIC sont données par :

$$\begin{cases} \langle i_{MOSFET} \rangle = d(i_{L_1} - i_{L_2}) \\ \langle v_{Diode} \rangle = -d(v_{C_1} + v_{C_2}) \end{cases}$$

Ce modèle obtenu est bilinéaire, et est plus rapide à simuler que le modèle en commutation. Il est également plus représentatif du modèle réel que le modèle linéaire. Le circuit est montré sur la Fig. 2.14.

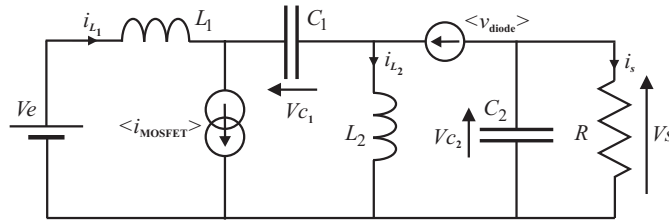


Figure 2.14 – Modèle de circuit moyenné du SEPIC

Nous présentons donc une comparaison des temps de réponse transitoires de chacun des modèles en simulation avec la réponse mesurée expérimentalement. La réponse fréquentielle mesurée est comparée à celle du modèle linéaire seulement. La variation du rapport cyclique et la réponse fréquentielle sont montrées dans la Fig. 2.15 et la Fig. 2.16 respectivement.

Ces deux figures montrent une très bonne corrélation parmi les différents modèles. Dans la Fig. 2.15, les quatre réponses ont presque les mêmes valeurs à l'équilibre (erreur < 2%). Il y a aussi une légère différence dans le temps du premier maximum et l'amortissement de la phase transitoire. Bien que cette différence ne soit pas significative, elle est due à l'erreur de mesure des résistances

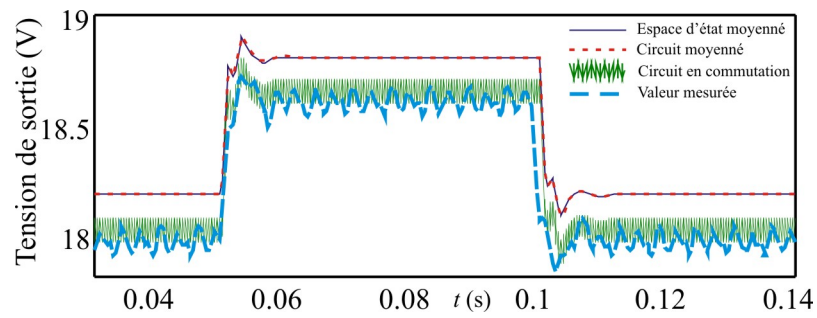


Figure 2.15 – Variation de la tension de sortie en fonction du rapport cyclique en boucle ouverte

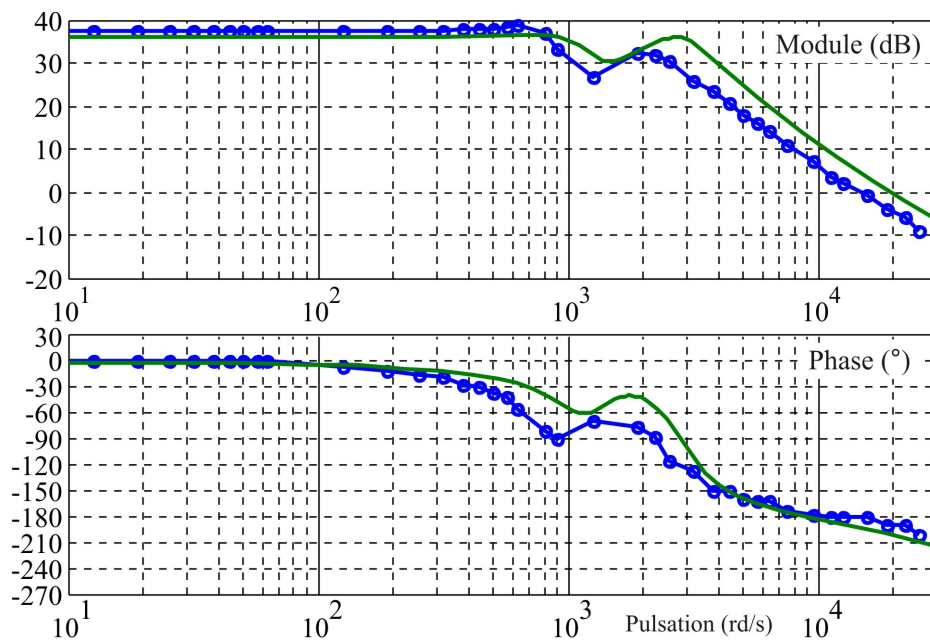


Figure 2.16 – Réponse fréquentielle en boucle ouverte



équivalentes en série des inductances. Le modèle linéaire se confond avec le modèle du circuit moyen, tandis que le modèle en commutation est confondu avec la mesure expérimentale. Cela montre que les modèles moyens présentent une très faible erreur dans le cas d'un convertisseur SEPIC, contrairement aux convertisseurs ayant des topologies simples. Dans la Fig. 2.16, la réponse fréquentielle du modèle linéaire (courbe lisse) colle fortement avec celle expérimentale (points re joints), où le même comportement (résonances) est atteint. La seule différence est un léger déplacement des pulsations de résonance (bande passante), et un faible écart d'amplitude en hautes pulsations. C'est aussi en raison des incertitudes des résistances équivalentes en série des inductances. Le fait que la bande passante d'un système est liée à son comportement d'amortissement et au temps de réponse, justifie la présence des légères différences dans la Fig. 2.15 et la Fig. 2.16. Ainsi, une loi de commande conçue en utilisant le modèle moyen (obtenu en utilisant les représentations dans l'espace d'état) sera beaucoup plus précise si elle intègre une analyse de robustesse en stabilité qui tient compte des incertitudes des composants du circuit.

### 2.4.2 Caractérisation et corrélation en boucle fermée

Dans la section précédente, les propriétés en boucle ouverte ont été validées. Maintenant, la réponse en boucle fermée est analysée, où la tension de référence varie dans un premier temps en fixant  $R$ , et où  $R$  varie en fixant la consigne dans un second temps. La Fig. 2.17 montre le prototype expérimental du convertisseur SEPIC (à droite) avec le banc de variation de charge (à gauche). La commande en boucle fermée a été implantée en utilisant un régulateur PI :

$$K \left( 1 + \frac{1}{T_i p} \right)$$

avec  $K = 0,01$ ,  $T_i = 1/300$  et «  $p$  » l'opérateur de Laplace. Le réglage du PI est fait ici dans le but de montrer la corrélation et sera justifié dans le chapitre 3.

La variation de la tension de référence a été faite par la transition 20V - 22V - 20V avec la résistance de charge fixée à 22Ω. Ensuite, la variation de charge a été faite par la transition 44Ω - 22Ω - 44Ω avec  $V_{ref}$  fixée à 20V. La tension d'entrée est toujours fixée à 20V. Ces variations sont effectuées dans le but d'observer la corrélation de la réponse en boucle fermée des différents modèles avec le circuit réel, dans le cas des variations importantes d'une part, et de la réversibilité montée-descente d'autre part. Dans chaque cas, la tension de sortie et le signal de commande issu du régulateur PI sont comparés.

Les résultats de variation de la consigne sont montrés dans la Fig. 2.18 et ceux de la variation de charge dans la Fig. 2.19. Chacune des figures a la même légende

que celle de la figure. 2.15. Elles montrent également un très bon degré de correspondance entre les trois modèles différents et le circuit réel. Dans la Fig. 2.18, la seule légère différence est encore dans la phase transitoire (amortissement), tandis que les états permanents et la réversibilité sont presque les mêmes. Dans la Fig. 2.19, tous les modèles s'adaptent à la variation de charge de la même manière que le circuit réel. Cependant, les deux figures montrent une légère différence dans les valeurs en régime permanent des signaux de commande. Cela confirme l'erreur des modèles moyens pour le convertisseur SEPIC présentée dans la section précédente, et est donc présent ici pour compenser et annuler cette erreur en boucle fermée. Ces résultats sont ainsi cohérents avec ceux obtenus par les essais en boucle ouverte, et conduisent à la même conclusion sur l'intégration d'une étude de robustesse.

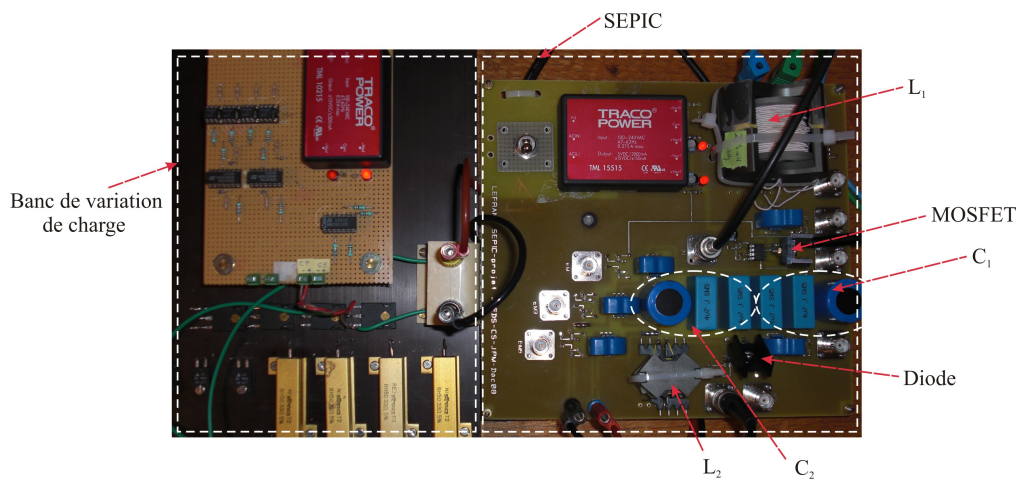


Figure 2.17 – Prototype expérimental (droite) avec banc de variation de charge (gauche)

## 2.5 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons proposé une méthode systématique pour l'analyse et l'étude des convertisseurs DC-DC, convenant à la synthèse des lois de commande, en partant du dimensionnement de ses composants, et en passant par la définition des marges de fonctionnement selon l'intérêt de son utilisation, jusqu'à l'analyse des conséquences du comportement non linéaire sur les réponses fréquentielles. Cette analyse a été faite en utilisant le modèle moyen et sa corrélation avec le circuit réel a été effectuée afin de valider, au regard des réponses expérimentale, les différentes remarques.

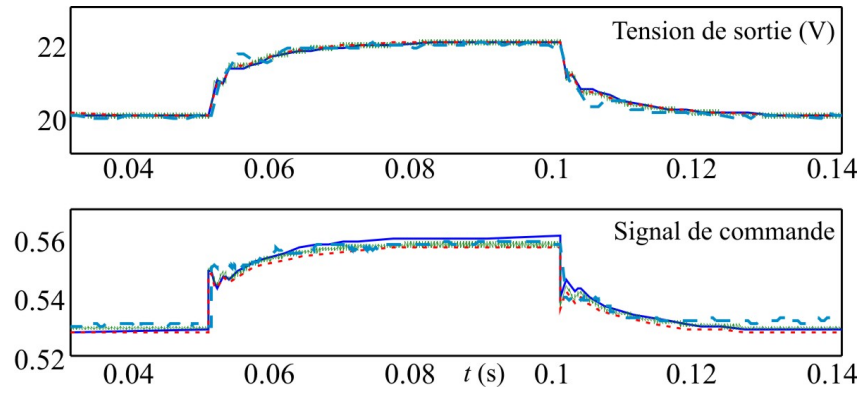


Figure 2.18 – Variation de la consigne pour PI

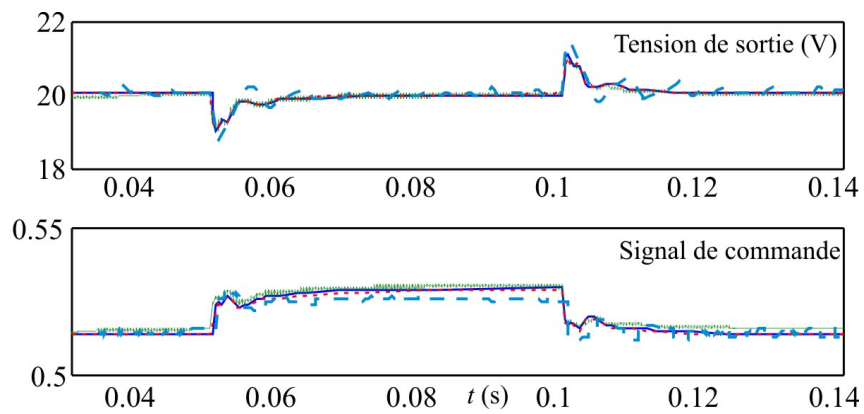


Figure 2.19 – Variation de charge pour PI

Nous pouvons retenir que le dimensionnement est lié à la fréquence de commutation du convertisseur, et que les marges de fonctionnement varient selon la charge connectée à sa sortie et sont très influencées par les pertes résistives. En outre, l'existence et la position des zéros instables de la fonction de transfert, entre le rapport cyclique (entrée de commande) et la tension de sortie, par rapport à la bande passante du système ont été analysées. La marge de stabilité du système est fortement influencée dans le cas d'une variation du rapport cyclique, en raison du déplacement des zéros instables et de leur évolution selon une forme non linéaire. Toutefois, dans le cas d'une variation de charge, il existe toujours un zéro réel « instable » dont l'évolution est linéaire par rapport à la charge, ce qui peut faciliter la conception d'une loi de commande.

La validation expérimentale est le moyen le plus pratique pour voir le degré de corrélation entre un modèle théorique d'un convertisseur et le circuit réel. Plusieurs approches de modélisation ont été présentées dans la littérature sur les convertisseurs ayant des structures topologiques simples, et n'ont pas été testées pour des structures plus complexes. Une validation expérimentale a ainsi été menée sur le convertisseur SEPIC en mode CCM. Les temps de réponse en régime transitoire et les réponses fréquentielles ont été comparés entre eux, ce qui a montré un très bon degré de corrélation entre le modèle moyen (obtenu en utilisant les représentations dans l'espace d'état) et le circuit réel en régime de petits signaux. Le modèle de circuit moyenné correspond également au modèle réel. La légère différence entre les modèles est due à l'incertitude des valeurs des composants.



# Chapitre 3

## Commande et observation par modes glissants

*Le principe des modes glissants présente un intérêt très important à la commande des systèmes à structure variable. Les convertisseurs de puissance et notamment les convertisseurs DC-DC sont caractérisés par une structure variable et sont, plus précisément, considérés comme des systèmes en commutation en raison du changement de la topologie de leurs circuits selon les états passants et bloqués des interrupteurs et diodes. Ce principe a été souvent étudié sur les convertisseurs DC-DC, et a montré une bonne fiabilité. Il a aussi été exploité pour concevoir des observateurs non linéaires robustes. Il est alors très intéressant d'étudier la synthèse des lois de commande par modes glissants, accompagnée par des observateurs fondés sur les mêmes approches méthodologiques, sur les convertisseurs DC-DC à ordre élevé et notamment sur le SEPIC. Ce chapitre présente une proposition de modification sur l'application classique des régulateurs par modes glissants en l'illustrant sur une topologie SEPIC. Cette modification est fondée sur l'idée de garantir un compromis entre complexité théorique et implémentation pratique, qui soit raisonnable des points de vue des problèmes de l'électronique de puissance et de l'automatique. Ensuite, un observateur par modes glissants est proposé afin d'estimer le vecteur d'état et la charge requis pour l'implantation de la loi de commande.*

### 3.1 Principes généraux de la commande par modes glissants

La commande par modes glissants (SMC de l'anglais : Sliding Mode Control) est une approche méthodologique de commande non linéaire [Kha02], [Utk93] utilisée pour de nombreuses applications, notamment pour les systèmes non li-

néaires avec des structures variables tels que les convertisseurs de puissance. Par rapport à d'autres stratégies de commande non linéaires, sa conception peut être envisagée en limitant la complexité et, en même temps, permettant de garantir la robustesse en stabilité. Cependant, son application aux différentes topologies de convertisseurs de puissance est difficilement généralisable et doit être adaptée pour chaque architecture. Comme la plupart des méthodes de commande, la SMC a été appliquée aux convertisseurs DC-DC basiques [FL06], [TLT06], [MET97] et complexes [HL06], [ME96], [MRST95], [HXL89], [Nic96]. Bien que la plupart des auteurs mentionnent la généralisation des méthodes développées sur les convertisseurs d'ordre élevé, la différence de topologie du circuit peut changer complètement le comportement du système, et cela même s'ils sont du même ordre. L'utilisation des approches de synthèse doit être adaptée en conséquence.

Nous avons vu au chapitre 2 qu'une topologie SEPIC correspond à un système non linéaire de quatrième ordre dont le comportement dépend fortement du point de fonctionnement. Il est connu pour la complexité de ses équations et des modèles, contrairement à d'autres convertisseurs de quatrième ordre, comme le Ćuk (Fig. 3.1) dont la commande se révèle plus simple. Par conséquent, relativement peu d'études ont été menées sur ce type de topologie et ce peut être en raison de la complexité de synthèse de lois de commande efficaces.

Par exemple, nous montrons dans la suite que la même stratégie utilisée sur le convertisseur Ćuk [ME96] ne conduit pas à des résultats satisfaisants sur le SEPIC, bien que les deux convertisseurs soient du même ordre et ont des topologies de circuit très proches. Plus précisément, peu d'applications argumentées ont été effectuées dans la littérature afin d'expliquer les effets, en termes de stabilité et de performance, des différentes surfaces de glissement choisies. Ainsi, dans cette section, une étude du choix de la surface de glissement pour commander le SEPIC est effectuée. Nous proposons deux surfaces de glissement permettant de prendre en compte les spécifications de stabilité et de performances. Les résultats obtenus sont aussi comparés à ceux d'une régulation PI et d'une commande par retour d'état. Enfin une analyse de la robustesse en stabilité structurée ( $\mu$ -analyse) par rapport à la variation de la charge est abordée pour chaque loi de commande afin de montrer l'efficacité de la méthode proposée.

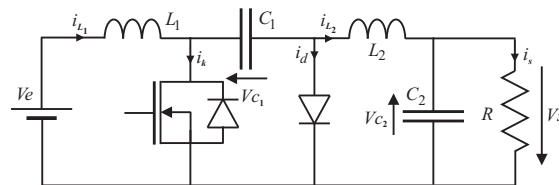


Figure 3.1 – Schéma du convertisseur Ćuk

### 3.1.1 Commande discontinue

La commande par modes glissants appartient à une classe des lois de commande plus large appelée « commande à structure variable » où le changement de structure est généralement effectué par commutation au niveau de l'organe de commande. L'objectif de cette méthode est de contraindre la trajectoire du système, à l'aide d'une commande discontinue, à évoluer et se maintenir, au delà d'un temps fini, sur une surface, appelée « surface de glissement »  $s(x)$ , où le comportement résultant correspond à une dynamique souhaitée. Le terme « surface » n'est pas précis au sens qu'il représente une surface à l'aide de deux vecteurs, mais il est communément utilisé. Le terme plus précis est « hyperplan » de dimension égale à celle de l'ordre du système diminuée de un. Donc, la synthèse d'une commande par modes glissants s'effectue généralement en deux étapes [Utk93] : définition ou choix de la surface de glissement  $s(x)$  qui prend en compte les objectifs attendus de la commande, et recherche d'une commande qui mène le système au glissement sur la surface. La surface peut être une expression linéaire ou non linéaire qui dépend du vecteur d'état  $x$  ou d'un vecteur dont les éléments sont une combinaison des variables d'état, et qui sera appelé « vecteur de commande ( $x'$ ) ». Le régime du système ainsi commandé est appelé modes glissants et la dynamique de celui-ci peut être rendue, du moins dans un certain intervalle, insensible aux variations paramétriques, aux erreurs de modélisation et à certaines perturbations externes. La loi de commande par modes glissants est relativement simple à concevoir et présente des qualités de robustesse vis-à-vis de certaines classes de perturbations. Les caractéristiques de ce type de commande sont :

- comportement dynamique du système adapté par le choix de la stratégie de commutation.
- réponse en boucle fermée insensible aux perturbations et aux changements de paramètres (ce qui garantit la robustesse du système).
- choix de la surface assez vaste selon les cas.
- emploi relativement limité dans beaucoup d'applications, par exemple le cas des systèmes mécaniques, en raison des discontinuités de la commande.

Supposons que la grandeur de commande discontinue  $u$  prenne deux valeurs  $u^+$  et  $u^-$ , la commutation entre celles-ci est déterminée par les valeurs prises par l'hyperplan  $s(x)$  de la façon suivante :

$$u = \begin{cases} u^+, & s(x) > 0 \\ u^-, & s(x) < 0 \end{cases} \quad (3.1)$$



Nous allons illustrer le principe général de la commande discontinue sur un système non-linéaire du second ordre invariant dans le temps [Kha02]. Soit le système :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x) + g(x)u \end{cases}$$

où  $f(x)$  et  $g(x)$  sont des fonctions non-linéaires différentiables avec  $g(x) \geq g_0 > 0$ ,  $\forall x$ . Supposons que nous désirions faire converger le système vers le point stable  $x_1 = x_2 = 0$ . Il faut donc obtenir une loi de commande qui stabilise le système à  $(0, 0)$ . Choisissons une surface linéaire :

$$s(x) = a_1 x_1 + x_2 = 0$$

et supposons que nous pouvons concevoir une loi de commande qui contraint les trajectoires du système à évoluer sur cette surface. Le déplacement sur la surface sera donc gouverné par l'équation différentielle :

$$\dot{x}_1(x) = x_2 = -a_1 x_1$$

La solution de cette équation est  $x_1(t) = e^{-a_1 t} \xrightarrow{t \rightarrow \infty, a_1 > 0} 0$ . Si  $a_1 > 0$ , cela assure une convergence à 0. Elle traduit aussi que la vitesse de convergence dépend de  $a_1$ . Le trajet sur la surface est donc indépendant des valeurs de  $f(x)$  et  $g(x)$ . Cependant, le problème est quand le point initial  $(x_{01}, x_{02})$  n'appartient pas à la surface  $s(x)$  et qu'il faudra amener le système vers cette surface. Afin que le mouvement de glissement existe, la trajectoire des variables d'état doit être orientée vers l'hyperplan  $s(x) = 0$  (droite dans le cas d'un système de second ordre) pour atteindre le point d'équilibre stable  $(0, 0)$ . Il est donc nécessaire de déterminer les conditions d'attractivité et de stabilité. Cette analyse peut être menée en utilisant la fonction de Lyapunov :

$$V(x) = \frac{1}{2} s^2(x)$$

$V(x) > 0$ ,  $\forall x \neq 0$ , et comme  $s(x) = 0$  est la droite qui passe par le point d'équilibre  $x = 0$  il vient  $V(0) = 0$ . Il reste à vérifier si  $\dot{V}(x) < 0$ . Nous avons

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= s(x)\dot{s}(x) \\ \dot{s}(x) &= a_1 \dot{x}_1 + \dot{x}_2 = a_1 x_2 + f(x) + g(x)u \end{aligned}$$

En considérant que :

$$\left| \frac{a_1 x_2 + f(x)}{g(x)} \right| \leq \rho(x), \forall x \in \mathbb{R}^2$$

nous obtenons :

$$\dot{V}(x) = s[a_1x_2 + f(x)] + g(x)us = g(x) \left[ s \frac{a_1x_2 + f(x)}{g(x)} + us \right] \leq g(x) |s| \rho(x) + g(x) su$$

Soit la commande suivante :

$$u = -\beta(x) \operatorname{sgn}(s) \text{ avec}$$

$$\beta(x) \geq \rho(x) + \beta_0, \beta_0 > 0 \text{ et } \operatorname{sgn}(s) = \begin{cases} 1, & s > 0 \\ 0, & s = 0 \\ -1, & s < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \dot{V} \leq g(x) |s| \rho(x) + g(x) s (\rho(x) + \beta_0) \operatorname{sgn}(s) = -g(x) \beta_0 |s| \leq -g_0 \beta_0 |s| \leq 0$$

La trajectoire suivie par le système est donc constituée selon deux phases. Si elle commence en-dessus ou au-dessous de la surface de glissement, la commande  $u$  appliquée l'amène dans un premier temps sur la droite (phase de ralliement) et ensuite la fait glisser sur cette surface jusqu'à l'arrivée au point d'équilibre (phase de glissement). Ceci est montré sur la Fig. 3.2. Les conditions d'attractivité peuvent donc s'écrire comme :

$$\begin{cases} \dot{s}(x) > 0 \Rightarrow s(x) < 0 \\ \dot{s}(x) < 0 \Rightarrow s(x) > 0 \end{cases} \Rightarrow s\dot{s} < 0 \quad (3.2)$$

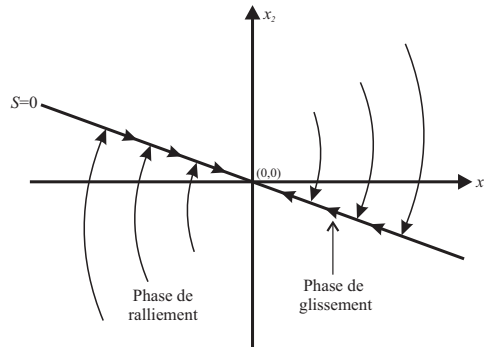


Figure 3.2 – Comportement des trajectoires sous une commande par modes glissants

En utilisant pour la synthèse la relation  $s\dot{s} < 0$ , nous pouvons déterminer les régions dans l'espace d'état qui assurent l'attractivité. Ces régions sont appelées « régions d'attraction », elles jouent un rôle très important dans la synthèse des lois de SMC. Elles se traduisent par les deux inégalités suivantes :

$$\lim_{s \rightarrow 0^-, u \rightarrow u^-} \dot{s} > 0, \quad \lim_{s \rightarrow 0^+, u \rightarrow u^+} \dot{s} < 0 \quad (3.3)$$

Pour un système de deuxième ordre, ces inégalités donnent des régions non-bornées délimitées par des lignes droites. Les lignes sont donc parallèles ou bien sécantes. Les régions d'attraction ont, par conséquent, deux formes selon ces lignes séparatrices, qui sont montrées sur les Fig. 3.3 et 3.4 respectivement (régions hachurées).

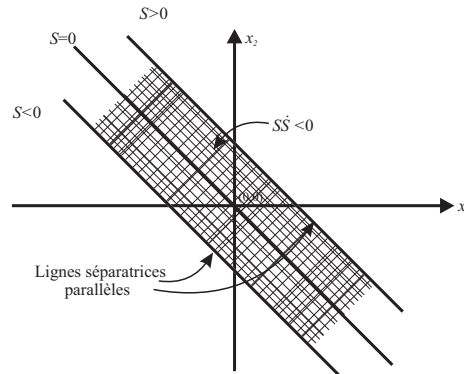


Figure 3.3 – Région d'attraction pour des lignes parallèles

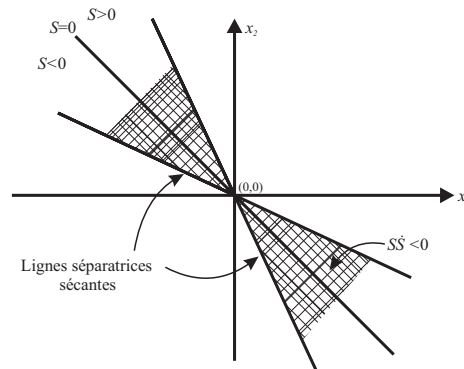


Figure 3.4 – Région d'attraction pour des lignes sécantes

Pour les systèmes d'ordre élevé, nous aurons des hyperplans séparateurs avec les notions générales de parallélisme et d'intersection, mais les régions restent toujours non-bornées.

Un tel régime de glissement est considéré idéal et il est notamment supposé que les organes de commande commutent à une fréquence infinie. Toutefois, ce n'est pas le cas dans la pratique, d'une part étant données les imperfections de ces derniers ou encore les phénomènes de retard, d'autre part pour des raisons pratiques il est nécessaire de limiter les fréquences pour des nombreuses applications. De ce

fait, le régime glissant ne prend place que dans un proche voisinage de la surface considérée. Ce comportement est appelé « régime de glissement réel ». Par conséquent, il y existe quelques problèmes comme le phénomène de réticence (Fig. 3.5), dû au caractère discontinu de la commande. Ce phénomène pose certaines restrictions sur l'application de la technique de commande par modes glissants aux systèmes physiques. Il conduit quelque fois à un nombre élevé d'oscillations de la trajectoire du système autour de la surface de glissement et donc des oscillations excessives des actionneurs avec une excitation des modes souples éventuels. Les conséquences de la réticence sont, en général, la dégradation des performances de la loi de commande (précision de convergence réduite), pertes Joule pour les circuits électriques et parfois instabilité.

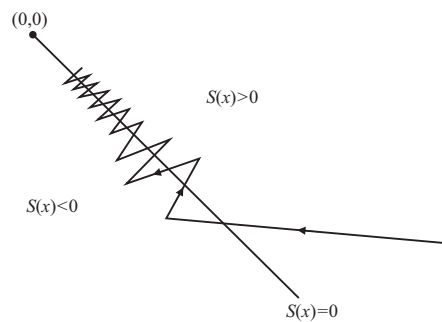


Figure 3.5 – Phénomène de réticence

Dans le cas des convertisseurs de puissance,  $u^+$  et  $u^-$  prennent respectivement les valeurs 1 et 0, indiquant les états passant et bloqué des interrupteurs. L'utilisation directe de cette méthode conduit à une fréquence de commutation variable, car la trajectoire bascule entre les régions  $s(x) > 0$  et  $s(x) < 0$  d'une manière non périodique qui dépend parfois de la dynamique du système. Toutefois, l'exploitation d'un convertisseur DC-DC, à une fréquence variable est peu souhaitable car elle rend difficile le dimensionnement des filtres et l'étude des performances CEM.

### 3.1.2 Commande continue

La commande continue (ou équivalente) constitue la partie de commande qui fait évoluer la trajectoire sur la surface de glissement (phase de glissement). C'est par ce mécanisme que les dynamiques souhaitées sont définies en vue de la convergence de l'état vers le point d'équilibre. Nous illustrons cette commande sur un système linéaire, son application sur un système non linéaire se fait selon une démarche comparable.

Prenons donc un système linéaire  $\dot{x} = Ax + Bu$ , et choisissons une surface de glissement linéaire par rapport au vecteur d'état  $s(x) = Kx$  avec  $x \in \mathbb{R}^n$  et  $K \in \mathbb{R}^n$ . Lorsque l'état du système évolue sur la surface, nous pouvons écrire :

$$s(x) = 0 \text{ et } \dot{s}(x) = 0$$

La commande équivalente est donc donnée par :

$$u_{eq} = -(K^\top B)^{-1} K^\top A$$

La grandeur  $u_{eq}$  peut être considérée comme la valeur moyenne de la commande  $u$ , commutant à la fréquence infinie ou relativement élevée entre les valeurs  $u^+$  et  $u^-$ .

*Remarque* : pour les systèmes où la grandeur de commande est un signal par modulation à largeur d'impulsion (MLI) (plus communément appelé PWM de l'anglais : Pulse-Width Modulation), la commande équivalente prend une valeur spécifique. Les convertisseurs DC-DC ayant leurs interrupteurs pilotés par un signal PWM, nous montrons dans la suite que  $u_{eq} = d$ , avec  $d \in [0 ; 1]$  le rapport cyclique [TLT06], [Guo09].

Pour chaque intervalle de commutation  $(\tau, \tau + T_s)$  (où  $T_s$  est la période de commutation), nous pouvons écrire la commande  $u$  comme :

$$u = \begin{cases} u^+ = 1, \tau \leq t \leq \tau + d(x)T_s \\ u^- = 0, \tau + d(x)T_s \leq t \leq \tau + T_s \end{cases}$$

Nous avons :

$$x(\tau + T_s) = x(\tau) + \int_{\tau}^{\tau+T_s} \dot{x} dt = x(\tau) + \int_{\tau}^{\tau+d(x)T_s} [f(x) + g(x)] dt + \int_{\tau+d(x)T_s}^{\tau+T_s} f(x) dt$$

Lorsque la fréquence de commutation tend vers l'infini,  $T_s \rightarrow 0$  et nous aurons :

$$\begin{aligned} \lim_{T_s \rightarrow 0} \frac{x(\tau + T_s) - x(\tau)}{T_s} &= \lim_{T_s \rightarrow 0} \frac{\int_{\tau}^{\tau+d(x)T_s} f(x) dt + \int_{\tau+d(x)T_s}^{\tau+T_s} f(x) dt + \int_{\tau}^{\tau+d(x)T_s} g(x) dt}{T_s} \\ &= \lim_{T_s \rightarrow 0} \frac{\int_{\tau}^{\tau+T_s} f(x) dt + \int_{\tau}^{\tau+d(x)T_s} g(x) dt}{T_s} \end{aligned}$$

Finalement, ceci conduit à :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)d(x)$$

Ce résultat montre donc que dans le cas des convertisseurs DC-DC et sur l'hypothèse que la fréquence de commutation soit *suffisamment* grande, la commande équivalente se traduit par le rapport cyclique.

La commande par modes glissants, telle qu'elle a été présentée, conduit par son principe même à des fortes discontinuités. Une solution permettant de diminuer ces discontinuités est de décomposer la commande en deux termes  $u = u_c + u_d$ .

- Le terme  $u_c$  représente la partie continue, correspondant à la commande idéale lorsque l'état du système est sur la surface de glissement.
- Le terme  $u_d$  représente la partie discontinue, commutant à une fréquence élevée. La fonction de cette composante est d'assurer l'attraction vers l'hyperplan. En théorie, la commutation de la commande doit être à une fréquence infinie et pourrait être à amplitude nulle.

Notons que les bonnes performances dynamiques sont obtenues au détriment de la continuité de la commande, un autre mécanisme permettant de diminuer les discontinuités est de remplacer la fonction signe par une approximation continue au voisinage de la surface de glissement (fonction de saturation montrée sur la Fig. 3.6).

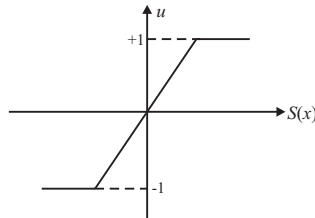


Figure 3.6 – Fonction de saturation pour réduire la réticence

L'effet de la réticence est ainsi presque limité, tout en préservant les propriétés de robustesse et en améliorant même la précision de convergence.

### 3.1.3 Application à un convertisseur de type SEPIC

Nous proposons, dans cette section, de modifier la façon classique dont la commande par modes glissants est formulée. Nous illustrons cette modification en appliquant la stratégie proposée sur un convertisseur SEPIC. La philosophie de la démarche proposée est d'obtenir une stratégie de commande qui non seulement garantit des très bonnes performances et s'appuie sur une preuve théorique pour assurer la stabilité et même, la robustesse en stabilité ; mais aussi permet d'aboutir

à une complexité de commande qui rend la loi de commande suffisamment simple (complexité de synthèse, implémentation pratique, ...) afin d'être exploitable dans un environnement industriel.

Cela revient à gérer un compromis entre complexité théorique et complexité pratique que nous essayons de rendre optimal. En appliquant la commande discontinue, nous nous retrouvons avec une fréquence de commutation variable, ce qui conduit à la complexité du matériel du prototype expérimental. Pour pallier ce problème, une façon de procéder est d'utiliser la commande équivalente qui consiste à admettre qu'en modes glissants, tout se passe comme si le système était piloté par une commande qui rend la surface invariante dans le temps :  $s(x) = 0$  ;  $\dot{s}(x) = 0$ . Néanmoins, en partant d'un point quelconque de l'espace d'état, il reste encore à vérifier que la trajectoire est attirée vers la surface de glissement, propriété obtenue généralement par une commande discontinue. Dans l'approche utilisée, nous assurons cette attraction *sans l'ajout de la composante discontinue*. Le convertisseur est donc piloté en faisant varier le rapport cyclique tout en conservant une fréquence de commutation constante.

La surface de glissement est souvent exprimée comme une combinaison linéaire des variables d'état ou des éléments du vecteur de commande pour la simplicité et la faisabilité de la loi de commande. En général, l'ordre de la commande par modes glissants est défini comme l'ordre de la dérivée de la variable de sortie  $y$  intervenant dans l'expression de la surface de glissement [SFS04]. Ainsi, il existe des lois de commande d'ordre élevé, par exemple l'algorithme « Super Twisting ». Cependant, pour mieux comprendre et classifier les différentes surfaces, nous définissons, dans le cadre de ces travaux, un autre ordre qui est l'ordre de la surface de glissement. Cet ordre représente « le nombre de variables d'état présents dans  $s(x)$  » ; néanmoins, il ne faut pas le confondre avec l'ordre de la dynamique de glissement. La réduction de l'ordre de la surface de glissement est généralement préférable afin de limiter le nombre de paramètres de réglage intervenant dans la loi de commande. Avant d'exposer notre approche, nous rappelons brièvement le modèle utilisé pour synthétiser les lois de commande et ensuite nous montrons l'efficacité de quelques surfaces classiques issues de la littérature.

Comme montré dans le chapitre 1, le modèle moyen bilinéaire est obtenu, en mode CCM, en moyennant les deux représentations linéaires (états fermé et ouvert de l'interrupteur) utilisant le rapport cyclique  $d$ . Ainsi, en reprenant :

$$u = 1 : \begin{cases} \dot{x} = A_1 x + b_1 v_e \\ y = c_1^\top x \end{cases}$$

$$u = 0 : \begin{cases} \dot{x} = A_2 x + b_2 v_e \\ y = c_2^\top x \end{cases}$$

où  $x = (x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4)^\top = (i_{L_1} \ i_{L_2} \ v_{C_1} \ v_{C_2})^\top$  ;  $y = v_s$ , nous obtenons :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + b v_e \\ y = c^\top x \end{cases}$$

avec :

$$\begin{cases} A(d) = dA_1 + (1-d)A_2 \\ b(d) = db_1 + (1-d)b_2 \\ c^\top(d) = dc_1^\top + (1-d)c_2^\top \end{cases}$$

Les coefficients des matrices  $A_1$ ,  $b_1$ ,  $c_1$ ,  $A_2$ ,  $b_2$  et  $c_2$  sont composés des éléments du circuit, des éléments parasites éventuels et de la résistance de charge. Pour le convertisseur SEPIC (Fig. 3.7), le modèle bilinéaire, prenant en compte les pertes, est donné par :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{r_{L_1}}{L_1}x_1 - \frac{1-d}{L_1}x_3 - \frac{1-d}{L_1}x_4 + \frac{1}{L_1}v_e \\ \dot{x}_2 = -\frac{r_{L_2}}{L_2}x_2 - \frac{d}{L_2}x_3 + \frac{1-d}{L_2}x_4 \\ \dot{x}_3 = \frac{1-d}{C_1}x_1 + \frac{d}{C_1}x_2 \\ \dot{x}_4 = \frac{1-d}{C_2}x_1 - \frac{1-d}{C_2}x_2 - \frac{1}{RC_2}x_4 \end{cases} \quad (3.4)$$

où  $r_{L_1}$  et  $r_{L_2}$  sont respectivement les résistances équivalentes en série de  $L_1$  et  $L_2$ .

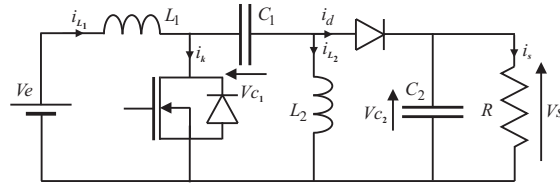


Figure 3.7 – Schéma du convertisseur SEPIC

Elles représentent les pertes dans le circuit du convertisseur. D'après (2.12), ces résistances peuvent conduire à une valeur limite du rapport cyclique au delà de laquelle le gain dynamique du convertisseur s'inverse, et peut être éventuellement nul. Un fonctionnement dans cette zone peut conduire à une instabilité du convertisseur. Ce modèle est identique, en termes de sa dynamique et sa corrélation avec le circuit réel, au modèle du circuit moyenné bilinéaire de la Fig. 2.14 du chapitre 2. Les valeurs numériques des paramètres du convertisseur sont issues du tableau 2.1 pour  $F = 20$  kHz. De plus,  $r_{L_1}$  et  $r_{L_2}$  ont été caractérisées séparément pour chaque inductance. Les valeurs expérimentales sont :

$$F = 20 \text{ kHz}, V_e = 20 \text{ V}, R = 22\Omega, r_{L_1} = 1,7\Omega, r_{L_2} = 0,5\Omega, \\ L_1 = 2,3 \text{ mH}, L_2 = 330\mu\text{H}, C_1 = 190 \mu\text{F}, C_2 = 190\mu\text{F}.$$



Dans la section suivante, l'effet de l'application de la commande par modes glissants du premier ordre au convertisseur SEPIC est étudié.

### 3.1.3.1 Modes glissants du premier ordre

Cet ordre est le plus simple et le plus utilisé pour les convertisseurs DC-DC. La surface de glissement est donc choisie en fonction d'une seule variable d'état. La régulation portant sur la tension de sortie, il est naturel de choisir cette grandeur dans ce cas.

#### 3.1.3.1.1 Dynamique du premier ordre

Le terme « dynamique du premier ordre » traduit que la dynamique de glissement souhaitée est du premier ordre. Cette dynamique est choisie comme [ME96].

$$s(x) = K^\top (x_{ref} - x) = 0$$

avec  $K^\top = (0 \ 0 \ 0 \ \lambda)$  et  $\lambda > 0$ . Le terme « ref » signifie la valeur de référence (désirée). Nous avons seulement un paramètre de réglage  $\lambda$ . Afin de satisfaire les conditions d'attraction (3.2) dans ce cas, nous pouvons imposer une dynamique de premier ordre pour gouverner le comportement de la trajectoire sur la surface de glissement. Cette dynamique est donnée par la relation :

$$\dot{x}_4 = -\lambda(x_4 - v_{ref})$$

$v_{ref}$  étant la tension de référence pour la tension de sortie. Nous pouvons facilement choisir  $\lambda$  selon la relation précédente pour obtenir la constante du temps désirée. Cette stratégie a été appliquée dans [ME96] au convertisseur Ćuk avec des résultats satisfaisants. Une remarque importante ici est que nous ne pouvons pas choisir une valeur arbitraire pour  $\lambda$ , car même si l'intérêt est de rendre le système le plus rapide possible, une valeur trop importante pourrait le conduire à l'instabilité ou même à une convergence vers un autre point d'équilibre. La stabilité du système a donc été testée ici pour la plage des valeurs possibles pour  $\lambda$ , en évaluant la partie réelle des valeurs propres du système linéarisé en boucle fermée autour du point d'équilibre désiré.

Dans le cas du convertisseur SEPIC aucune valeur  $\lambda$  permettant d'assurer la stabilité locale n'a pu être déterminée. Ainsi, cette stratégie de commande n'a pas été concluante dans le cas du convertisseur SEPIC.

#### 3.1.3.1.2 Dynamique du second ordre

Au regard des résultats obtenus avec une surface de glissement du premier

ordre, une autre approche logique est d'augmenter l'ordre de la dynamique imposée. Pour ce faire, la surface doit contenir un terme dérivé :

$$\begin{cases} s(x) = -K_1^\top (x - x_{ref}) - K_2^\top \dot{x} \\ K_1^\top = (0 \ 0 \ 0 \ \lambda_1) \\ K_2^\top = (0 \ 0 \ 0 \ \lambda_2) \end{cases}$$

Ensuite, nous imposons la dynamique de second ordre dans le même but de satisfaire la condition d'attraction (3.2) :

$$\ddot{x}_4 = -\lambda_1(x_4 - v_{ref}) - \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} + \lambda_2\right) \dot{x}_4$$

Cette relation n'est pas unique, mais elle doit toujours satisfaire les conditions d'attraction indépendamment de la manière dont les paramètres  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  sont réglés. En outre,  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  peuvent être choisis pour satisfaire la dynamique de second ordre désirée définie par une fréquence propre et un coefficient d'amortissement. Cette stratégie mise en oeuvre sur le convertisseur SEPIC n'a pas permis de trouver un jeu de valeurs  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  permettant d'assurer la stabilité sur l'ensemble du domaine de fonctionnement.

### 3.1.3.1.3 Modèle étendu

Au lieu d'augmenter l'ordre de la dynamique désirée, une autre façon d'aborder le problème est d'étudier les conséquences du modèle de synthèse sur la loi de commande. Ainsi, nous proposons de reformuler la commande équivalente en utilisant un modèle étendu. Ce modèle consiste à ajouter une action intégrale sur l'erreur  $v_{ref} - x_4 = v_{ref} - v_s$ . Dans ce cas, nous définissons un vecteur de commande  $x'$  qui sera utilisé pour choisir la surface de glissement :

$$x' = (x'_1 \ x'_2 \ x'_3)^\top = \left( (v_{ref} - v_s) \int (v_{ref} - v_s) d\alpha \iint (v_{ref} - v_s) d\rho d\alpha \right)^\top \quad (3.5)$$

*Remarque* : selon cette formulation on peut montrer qu'il est nécessaire d'incorporer le terme double intégrateur dans le vecteur de commande afin que la cinquième variable d'état (terme intégral) apparaisse explicitement dans la loi de commande. Prenons maintenant :

$$s(x') = K^\top x' = \lambda_1 x'_1 + \lambda_2 x'_2 + \lambda_3 x'_3 \quad (3.6)$$

En utilisant (3.4), (3.5) et  $\dot{s} = 0$ , nous trouvons la commande équivalente :

$$d = \frac{x_1 - x_2 + (k_1 C_2 - 1/R)x_4 - k_1 C_2 v_{ref} - k_2 C_2 x_5}{x_1 - x_2}$$

où  $k_1 = \lambda_2/\lambda_1$  ;  $k_2 = \lambda_3/\lambda_1$ . En dérivant deux fois l'expression de la surface de glissement, soit  $\dot{s} = 0$  à partir de (3.6), nous obtenons la dynamique de glissement suivante :

$$\ddot{x}_4 + k_1 \dot{x}_4 + k_2 x_4 = k_2 v_{ref}$$

Cette dynamique exige que  $k_1$  et  $k_2$  soient positifs afin d'obtenir la stabilité. Les régions d'attraction, imposées par la stratégie de SMC, peuvent être déterminées en utilisant la relation (3.2) de manière à assurer la stabilité sur l'ensemble du domaine de fonctionnement. On utilise pour cette synthèse les inégalités suivantes :

$$\lim_{s \rightarrow 0^-, d \rightarrow 0} \dot{s} > 0, \quad \lim_{s \rightarrow 0^+, d \rightarrow 1} \dot{s} < 0$$

Concernant les valeurs numériques, chaque variable d'état est remplacée, soit par sa limite inférieure ou bien celle supérieure, selon les inégalités afin de couvrir le domaine de fonctionnement. Ainsi, nous obtenons le système d'inégalités suivant en  $k_1$  et  $k_2$  :

$$\begin{cases} k_2 < -5 \times 10^5 k_1 - 9327 \times 10^5 \\ k_2 < -5 \times 10^5 k_1 - 3588 \times 10^5 \end{cases} \quad (3.7)$$

D'après (3.7), nous pouvons voir que  $k_1$  et  $k_2$  ne peuvent jamais être simultanément positifs, ce qui est en contradiction avec la dynamique de glissement et par conséquent, l'attraction ne peut jamais être assurée. Cette stratégie ne permet pas d'assurer la stabilité pour la totalité du domaine de fonctionnement considéré.

#### 3.1.3.1.4 Surface PID

Bien sûr, il ne faut pas oublier la surface du premier ordre la plus commune et utilisée pour la commande par modes glissants sur les convertisseurs de puissance. Elle est inspirée des régulateurs PID [TLT08] et est donnée par :

$$s(x) = \lambda_1(v_{ref} - v_s) + \lambda_2 \frac{d}{dt}(v_{ref} - v_s) + \lambda_3 \int (v_{ref} - v_s) d\alpha$$

Notons que cette surface est inapplicable au convertisseur SEPIC parce qu'elle ne contient qu'une seule variable d'état. Il n'a pas été possible de déterminer une loi de commande, fondée sur ce type de surface, permettant de stabiliser le convertisseur dans l'ensemble du domaine de fonctionnement.

Nous avons jusqu'ici montré que les stratégies de SMC de premier ordre, les plus utilisées ou bien qui peuvent sembler logiques et applicables aux convertisseurs DC-DC, ne sont pas entièrement satisfaisantes si elles étaient appliquées sur une structure SEPIC. Ce n'est pas une conséquence de l'ordre élevé du convertisseur, mais de la topologie du circuit lui-même. Ces résultats d'instabilité ont été confirmés par des tests en simulation.

### 3.1.3.2 SMC du second ordre

Nous proposons donc une surface de glissement en augmentant l'ordre de la commande par modes glissants. Ce choix est justifié par l'objectif de limiter le nombre de paramètres de réglage, et dans le but de stabiliser le SEPIC. Bien qu'il existe une infinité de possibilités pour le choix de la combinaison permettant de définir la surface de glissement, les combinaisons non-linéaires peuvent donner des lois de commande complexes qui ne sont pas facilement implémentables. Afin de diminuer le nombre de paramètres de réglage, il est préférable de limiter le nombre de variables d'état dans la surface de glissement. Pour le vecteur de commande  $x'$ , nous avons retenu : le courant d'entrée  $i_{L_1}$  et la tension de sortie  $v_s$ . La raison du choix de  $i_{L_1}$  et non  $i_{L_2}$  est de permettre, via la surface de glissement, de piloter directement les grandeurs en entrée du convertisseur, en plus de sa sortie. Nous avons étudié le choix du vecteur de commande selon deux stratégies en utilisant, dans les deux cas, des surfaces du type  $s(x') = K^\top x'$ .

#### 3.1.3.2.1 Première stratégie

Dans ce premier cas, le vecteur de commande suivant a été utilisé :

$$x' = \begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{ref} - i_{L_1} \\ v_{ref} - \beta v_s \\ \int (x'_1 + x'_2) d\tau \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

où  $i_{ref}$  et  $v_{ref}$  représentent respectivement le courant de référence dans l'inductance  $L_1$  et la consigne de tension. Ce vecteur est associé à la surface de glissement :

$$s(x') = K^\top x' = \lambda_1 x'_1 + \lambda_2 x'_2 + \lambda_3 x'_3 \quad (3.9)$$

Le courant de référence  $i_{ref}$  se déduit de la tension de consigne en calculant le régime statique du modèle bilinéaire du convertisseur. Dans le cas du convertisseur SEPIC, il a comme expression :

$$i_{ref} = \frac{Rv_e - \sqrt{R^2 v_e^2 - 4r_{L_1}(R + r_{L_2})v_{ref}^2}}{2Rr_{L_1}}$$

En utilisant  $\dot{s} = 0$ , (3.9) et (3.8), nous obtenons l'expression de la commande équivalente dépendante du vecteur d'état :

$$d = \frac{x_3 + x_4 - k_2(x_1 - x_2 - x_4/R) + k_1(i_{ref} - x_1 + v_{ref} - \beta x_4) + r_{L_1}x_1 - v_e}{x_3 + x_4 - k_2(x_1 - x_2)}$$

où  $k_1 = \lambda_2/\lambda_1$  ;  $k_2 = \lambda_3/\lambda_1$  sont les paramètres de réglage.

Toutefois, le fait d'introduire un courant dans le vecteur de commande conduit à une équation de dynamique de glissement  $\dot{s} = 0$  à deux états différents. Il n'est donc pas possible de choisir les paramètres  $k_1$  et  $k_2$  en imposant complètement la dynamique souhaitée. Notre solution consiste donc :

- à déterminer les régions d'attraction définies par (3.3) en fonction de ces deux paramètres ;
- puis de les calculer de telle sorte que ces régions couvrent tout le domaine de fonctionnement du convertisseur.

Nous assurons donc l'attractivité de la trajectoire vers la surface de glissement dans tout le domaine de fonctionnement du système, *ce qui ne nécessite pas d'ajouter une composante discontinue* à la commande équivalente. Les relations (3.7) ont été déterminées de la même façon. L'attractivité de la surface de glissement, en considérant les différentes régions permettant de couvrir le domaine de fonctionnement considéré, se traduit par les inégalités suivantes à satisfaire :

$$\begin{cases} v_{\max} - k_1(i_{ref} - i_{L1\max} + v_{ref} - \beta v_s) + k_2 i_{C2\max} - r_{L1} i_{L1\min} < v_{C1\min} + v_s \\ v_{\min} - k_1(i_{ref} - i_{L1\min} + v_{ref} - \beta v_s) + k_2 i_{C2\min} - r_{L1} i_{L1\max} > 0 \end{cases}$$

Pour une plage de valeurs de  $k_1$  et  $k_2$  qui satisfont ces inégalités, les performances marge de phase et bande passante, sont ensuite évaluées et données sur les Fig. 3.8 et 3.9 respectivement en utilisant un modèle linéarisé autour de différents points d'équilibre. Le réglage final des paramètres se fait selon un compromis entre la bande passante et la marge de phase. Il s'agit d'une méthode indirecte liée à la dynamique du système [AMF03].

Les paramètres finalement retenus, au regard des différents compromis, sont  $k_1 = 2$  et  $k_2 = 1$ . Enfin, afin d'obtenir  $v_s = v_{ref}$ , il est nécessaire de fixer  $\beta = 1$ .

### 3.1.3.2.2 Deuxième stratégie

Comme dans le cas de la commande par modes glissants du premier ordre, nous proposons une surface de glissement en utilisant le modèle étendu (avec l'action intégrale). Bien sûr, nous ne pouvons pas étudier l'effet de la modification de la dynamique désirée parce que, comme mentionné dans le paragraphe précédent, elle ne peut pas être imposée. Ainsi, les mêmes variables d'état, courant dans l'inductance d'entrée et tension de sortie, sont utilisées pour constituer le vecteur de commande, mais avec la présence d'une double intégrale de telle sorte que la cinquième variable d'état (terme intégral) apparaisse dans l'expression de commande. Sans cette double intégrale, nous nous retrouverions avec une expression

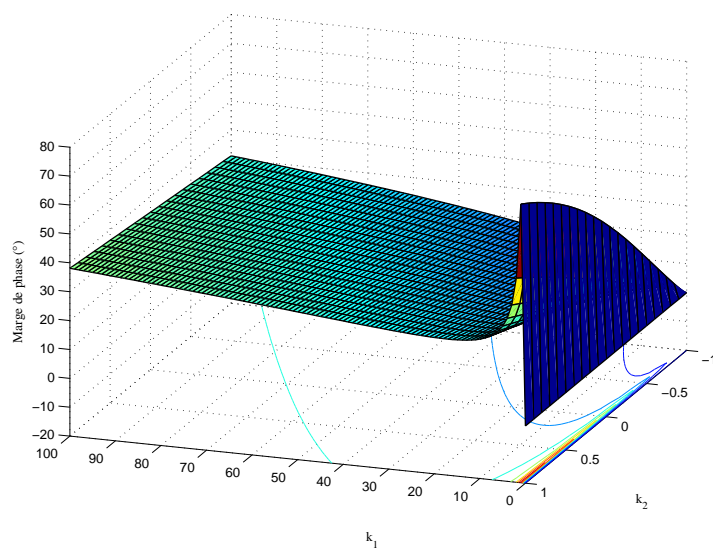


Figure 3.8 – Marge de phase en fonction de  $k_1$  et  $k_2$

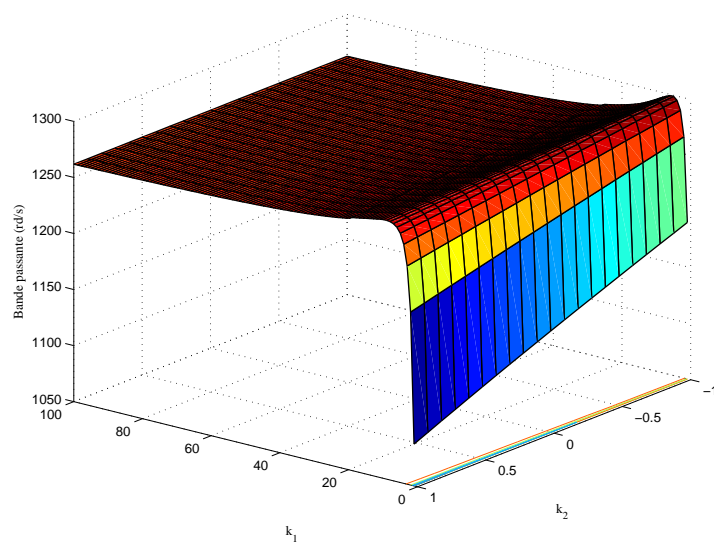


Figure 3.9 – Bande passante en fonction de  $k_1$  et  $k_2$

pouvant être exactement obtenue à partir du modèle non-étendu. Finalement, le vecteur de commande retenu est :

$$x' = \begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{ref} - i_{L_1} \\ \int (v_{ref} - v_s) d\tau \\ \iint (v_{ref} - v_s) d\rho d\tau \end{bmatrix}$$

L'expression de la commande équivalente devient :

$$d = \frac{r_{L_1} x_1 + x_3 + (1 - k_1) x_4 + L_1 k_2 x_5 - v_e + L_1 k_1 v_{ref}}{x_3 + x_4}$$

Un raisonnement similaire, c'est-à-dire réalisant un compromis sur les marges de stabilité, à celui du cas précédent est utilisé pour régler  $k_1$  et  $k_2$ . Les régions d'attraction sont définies par les relations suivantes :

$$\begin{cases} -\frac{(-r_{L_1} i_{L_1 \min} - v_{C_1 \min} - v_{s \min} + v_{e \max})}{L_1} + k_1 (v_{ref} - v_{s \max}) + k_2 x_{5 \min} > 0 \\ -(-r_{L_1} i_{L_1 \max} + v_{e \min})/L_1 + k_1 (v_{ref} - v_{s \min}) + k_2 x_{5 \max} < 0 \end{cases}$$

Nous retenons  $k_1 = 2$  et  $k_2 = 150000$ .

**Remarque importante** : la solution que nous proposons pour attirer la trajectoire vers la surface de glissement, sans l'ajout de la composante discontinue, n'est valable que sous certaines conditions sur les systèmes physiques. D'après les Fig. 3.3 et 3.4, nous pouvons voir que les régions où  $ss < 0$  et où  $ss > 0$  sont séparées par des hyperplans séparateurs. Ceci est toujours valable malgré le calcul de  $ss < 0$  couvrant ici tout le domaine de fonctionnement. Si la trajectoire se trouve à l'intérieur des régions d'attraction, elle est attirée vers la surface de glissement. Cependant, dans certains cas et à cause de la réticence ou des phénomènes de retard, la trajectoire peut sortir en s'approchant de la surface de glissement et du point d'équilibre. Elle risque donc de ne plus être attirée sauf si elle rentre dans les régions. Les conditions pour que cette trajectoire rentre est que son diagramme de phase soit de la forme d'un foyer stable, et que les régions soient non-bornées. De cette façon, toute trajectoire se trouvant à l'extérieur des régions, les rencontrera après un certain temps et se dirigera vers la surface. Au fur et à mesure, elle se terminera au point d'équilibre. D'une part, les régions d'attraction sont non-bornées selon (3.2) et d'autre part, la majorité des convertisseurs, dont le cas du SEPIC, ont des pôles complexes conjugués à partie réelle négative, ce qui conduit à un foyer stable dans le digramme de phase. On peut ainsi supposer que les conditions sont vérifiées. Néanmoins, si la trajectoire traverse un autre point d'équilibre que

celui désiré, elle sera attirée vers ce point et non plus vers la surface. Ce cas est très rare et dépend de la complexité et de la non linéarité du système à commander. Enfin, pour mieux comprendre les conditions de cette remarque, nous donnons un exemple sur la Fig. 3.10 où la trajectoire montrée sort de la région d'attraction ayant  $s < 0$ , mais  $\dot{s} = 0$  avant que  $\dot{s}$  devienne positive, en raison d'un retard. A l'extérieur elle s'éloigne, mais rentre forcément dans la région grâce à l'allure d'un foyer stable.

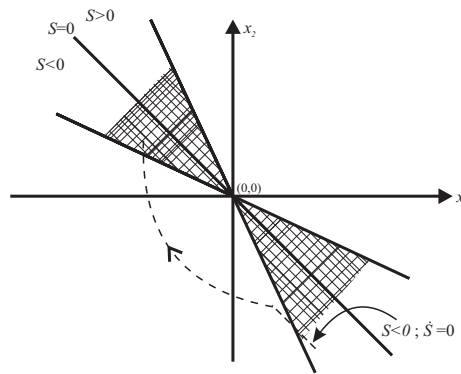


Figure 3.10 – Illustration des conditions d'attraction

### 3.1.4 Simulation et validation expérimentale des performances

En vue de procéder à une analyse comparative, deux stratégies linéaires utilisant respectivement une régulation PI et une commande par retour d'état sont comparées avec l'approche non-linéaire par modes glissants présentée ici. Les deux stratégies linéaires sont synthétisées en utilisant des modèles tangents et donc, ne permettent de garantir rigoureusement les performances qu'autour du point de fonctionnement utilisé pour la synthèse.

#### 3.1.4.1 Réglage du régulateur P.I.

Le régulateur PI a été synthétisé pour obtenir une combinaison « marge de phase et bande passante » cohérente au regard de la dynamique du convertisseur. Les paramètres de ce régulateur, de fonction de transfert  $K_p(1 + \frac{1}{T_i s})$  avec  $K_p = 0,01$  et  $T_i = 1/300$ , sont déterminés en vue d'assurer une pulsation de coupure à 0 dB  $\omega_c = 820$  rd/s et une marge de phase  $\Delta\phi = 120^\circ$ . La marge de phase peut sembler importante, mais l'augmentation de la pulsation de coupure conduit



assez rapidement à l'instabilité en raison d'un manque de robustesse vis-à-vis des incertitudes et par rapport au décalage du point de fonctionnement.

### 3.1.4.2 Commande par retour d'état

La commande par retour d'état a été synthétisée essentiellement pour améliorer les performances dynamiques. En vue d'assurer une erreur statique nulle, le modèle a été complété en ajoutant l'intégrale de l'erreur  $x_5 = \int (v_{ref} - v_s) d\tau$  dans le vecteur d'état. Comme expliqué précédemment, le convertisseur présente un déphasage non-minimal. Au point de fonctionnement choisi pour la synthèse, le convertisseur possède un zéro réel dans le 1/2 plan droit et une paire de zéros complexes stables. Le placement des pôles a été fait de façon à définir la dynamique en boucle fermée en plaçant deux paires de pôles complexes conjugués : à la bande passante souhaitée, et au delà de la bande passante en boucle ouverte ; et un pôle réel d'une manière symétrique par rapport à celle du zéro dans le 1/2 plan droit :

$$\lambda_{i_{BF}} = [ -7000 \quad -700(1 \pm i) \quad -2100(1 \pm i) ]^T$$

Les pôles dominants ont une pulsation propre de 980 rd/s, ce qui conduit à un système légèrement plus rapide que celui obtenu par le régulateur PI caractérisé par une pulsation de coupure de 820 rd/s. Ce choix des pôles en boucle fermée conduit au vecteur de retour  $L_e$  :

$$L_e = ( 0,4619 \quad -0,0324 \quad 0,0305 \quad 0,1149 \quad -104 )$$

### 3.1.4.3 Commande par modes glissants : analyse des résultats obtenus

Afin de comparer la dynamique et les performances des lois de commande synthétisées nous avons effectué, dans un premier temps, des simulations utilisant le modèle non linéaire. Les résultats obtenus sont complétés, dans un deuxième temps, par des résultats expérimentaux. Les tests ont consisté à effectuer des variations de consigne et de charge (de faible puis de forte amplitude) pour différentes valeurs de la tension d'alimentation. Ce sont des scénarios relativement réalistes de cas de fonctionnement d'un convertisseur DC-DC. Nous comparons d'abord les deux stratégies de la SMC. Les réponses obtenues à une variation de consigne sont montrées sur la Fig. 3.11.

- la première stratégie conduit à un temps de réponse beaucoup plus rapide, mais présente une erreur plus importante ;
- la présence de l'intégrale de l'erreur dans la deuxième stratégie permet d'éliminer théoriquement l'erreur statique. Néanmoins, une légère erreur existe,

- mais négligeable, en raison de l'imprécision des capteurs de courant ;
- les résultats expérimentaux sont proches de ceux obtenus en simulation ; l'absence d'erreur dans la simulation confirme que celle observée expérimentalement est essentiellement due à des biais dans les capteurs ;
- la première stratégie possède une réponse plus rapide en raison de la présence de l'intégrale de l'erreur du courant dans le vecteur de commande.

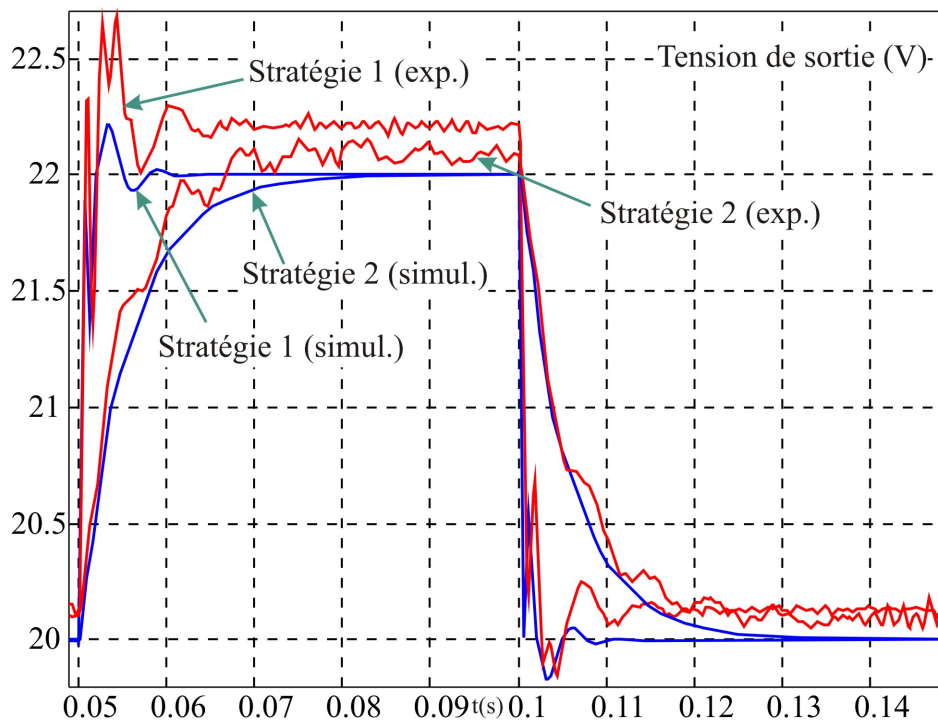


Figure 3.11 – Résultats de simulation et expérimentaux des deux stratégies de SMC pour une variation de la consigne de 20V à 22V

Concernant les essais expérimentaux, les tests ont été validés sur le banc d'essai prototype dans le laboratoire fonctionnant à une fréquence de commutation constante de 20 kHz, avec un banc de variation de charge résistive, Fig. 3.12. Une carte d'acquisition « dSpace® » est utilisée pour l'interface de transfert des données (tension de sortie mesurée et rapport cyclique fourni) entre le convertisseur et un PC, où la loi de commande est implémentée en utilisant la « Real-Time Windows Target Simulink Library ». L'environnement logiciel « Control Desk® » est utilisé comme interface graphique. De plus, la période d'échantillonnage du sys-

tème d'acquisition de données est choisie assez faible pour ne pas influencer les performances des modes glissants et en particulier ne pas induire de problèmes de stabilité liés au retard dûs à la commande numérique.

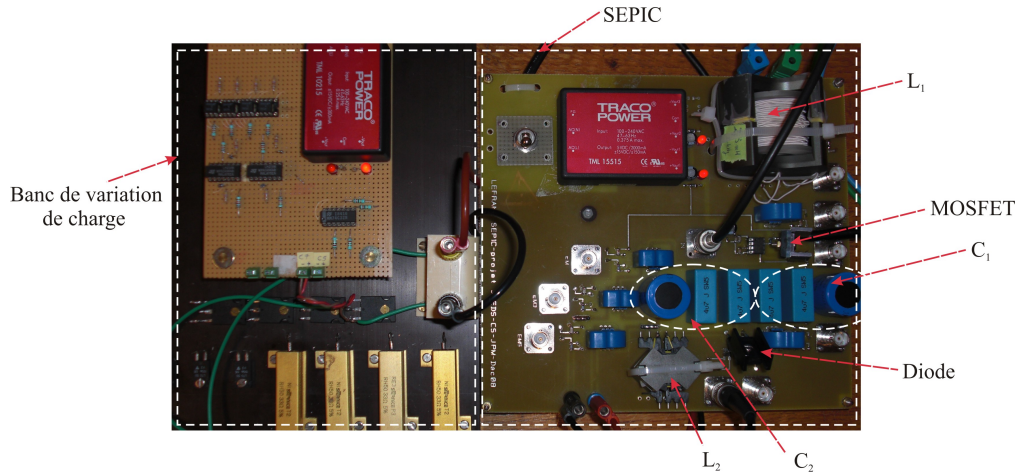


Figure 3.12 – Prototype expérimental (droite) avec banc de variation de charge (gauche)

En raison de sa rapidité malgré le faible biais observé, nous retenons la première stratégie seule en vue d'effectuer la comparaison avec la régulation PI et la commande par retour d'état. Les figures 3.13 et 3.14 montrent les résultats de simulation et expérimentaux obtenus en réponse à une variation de consigne de 2 volts. Les figures 3.15, 3.16, 3.17 et 3.18 montrent les résultats obtenus vis-à-vis d'une variation de charge.

L'analyse de ces résultats montre :

- que la SMC présente des meilleures performances en terme de temps de réponse et que la commande par retour d'état donne des résultats intermédiaires avec le régulateur PI ;
- que vis-à-vis de la variation de charge, les meilleurs résultats sont obtenus aussi avec la commande par modes glissants ; en effet l'amplitude de la variation de la tension de sortie en régime transitoire est la plus faible (par ex.  $\Delta V = 0,5V$  sur la Fig. 3.18). Néanmoins, une légère erreur existe à cause de la méconnaissance de la valeur de la charge en temps réel, ce qui nécessite un estimateur de charge ;
- la présence, dans le cas des essais expérimentaux, d'un très faible écart ( $<200$  mV) en raison d'un biais dans les capteurs de courant et la chaîne de mesure de la tension de sortie ; cependant, la commande par modes glissants est

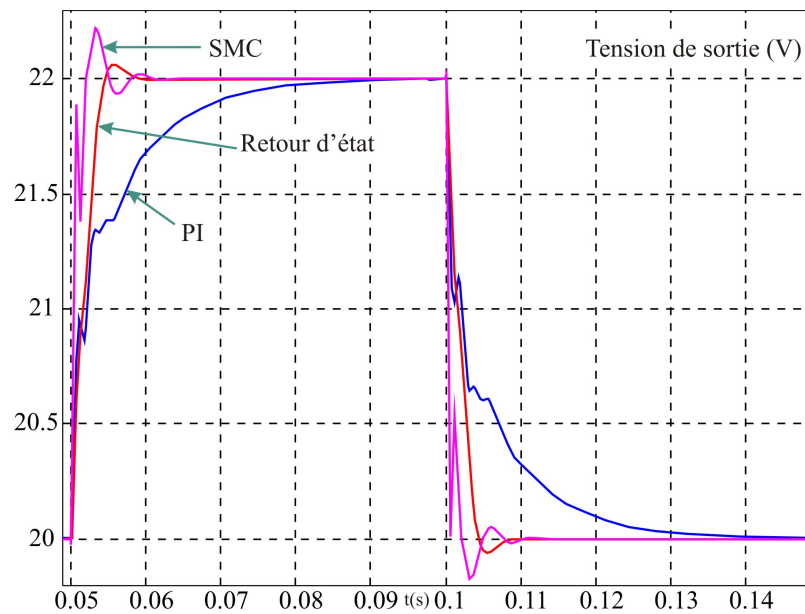


Figure 3.13 – Résultats de simulation des trois types de commande pour une variation de la consigne de 20V à 22V

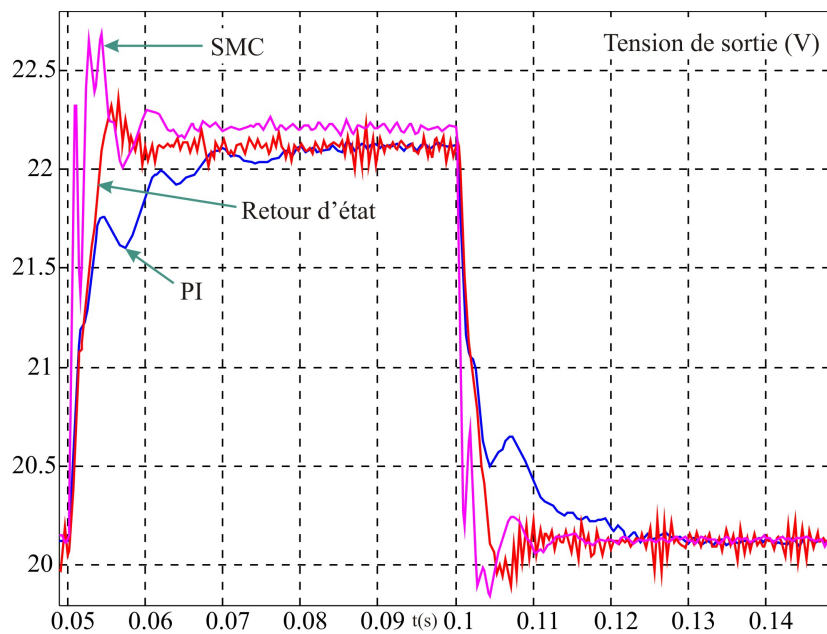


Figure 3.14 – Résultats expérimentaux des trois types de commande pour une variation de la consigne de 20V à 22V

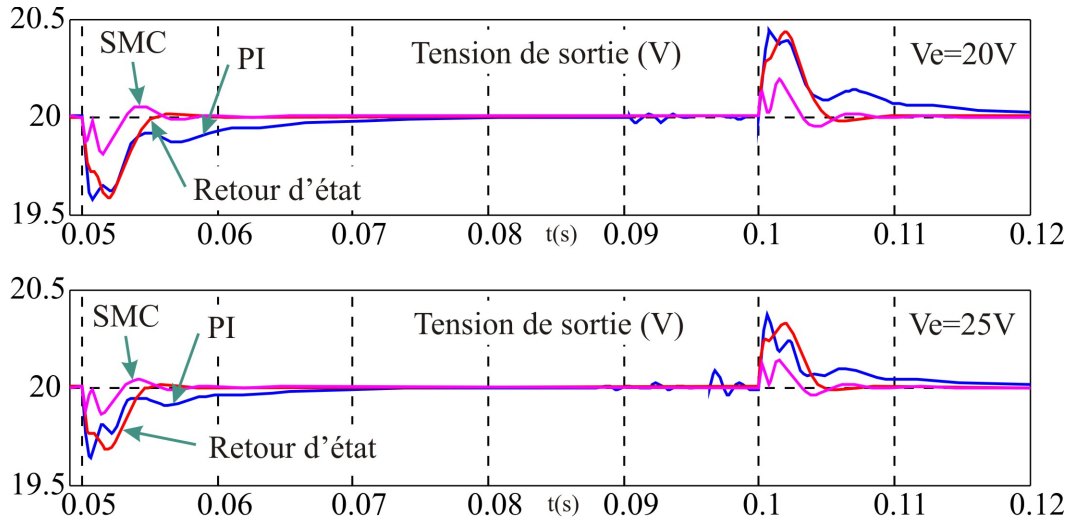


Figure 3.15 – Résultats de simulation des trois types de commande pour une faible variation de charge, entre  $22\Omega$  et  $18\Omega$  à  $V_e=20V$  et  $25V$

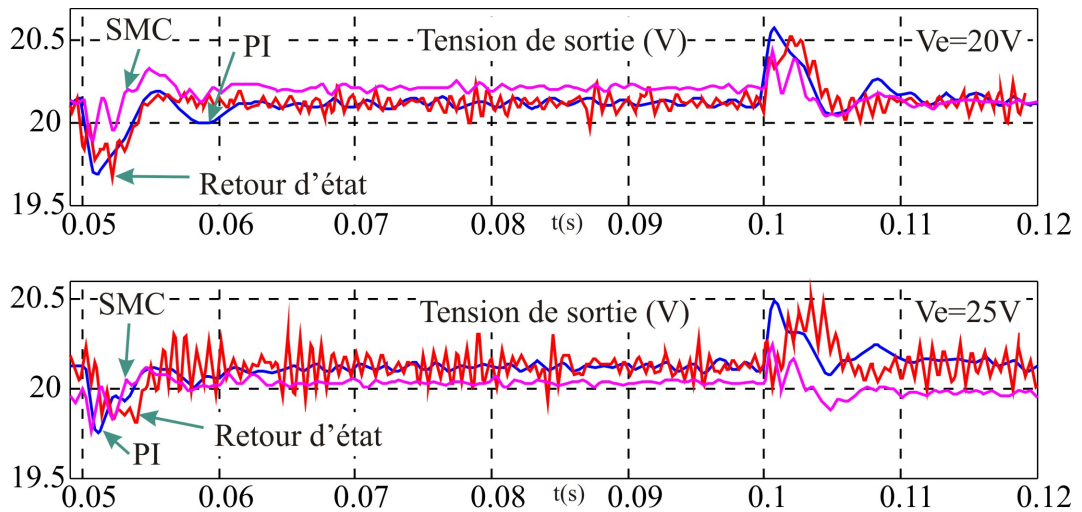


Figure 3.16 – . Résultats expérimentaux des trois types de commande pour une faible variation de charge, entre  $22\Omega$  et  $18\Omega$  à  $V_e=20V$  et  $25V$

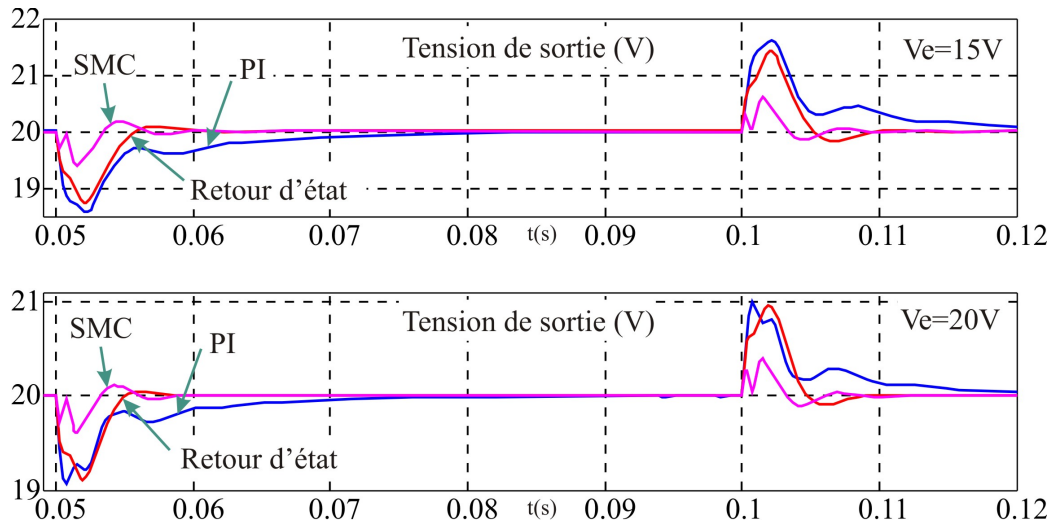


Figure 3.17 – Résultats de simulation des trois types de commande pour une forte variation de charge, entre  $44\ \Omega$  et  $22\ \Omega$  à  $V_e = 15V$  et  $20V$

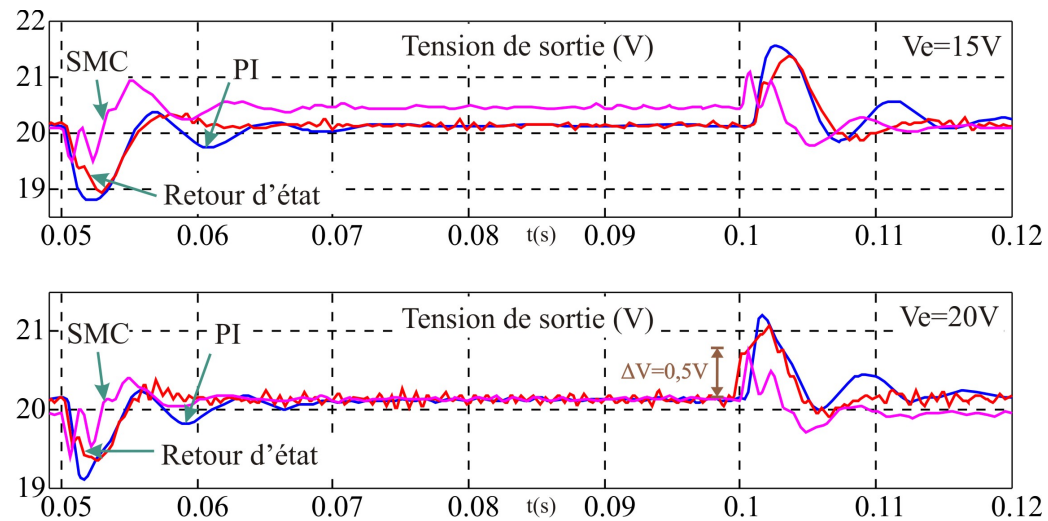


Figure 3.18 – Résultats expérimentaux des trois types de commande pour une forte variation de charge, entre  $44\ \Omega$  et  $22\ \Omega$  à  $V_e = 15V$  et  $20V$

moins sensible aux bruits que la commande par retour d'état.

Au regard de ces résultats nous pouvons conclure que la commande par modes glissants de second ordre est en mesure de fournir une loi de commande relativement rapide et stable dans tout le domaine de fonctionnement considéré. Elle permet de réguler directement la tension de sortie mais aussi le courant d'entrée (le calcul de la référence de courant est effectué selon le point de fonctionnement souhaité). Le réglage de la stratégie proposée est relativement simple à concevoir, il est fondé sur le choix de deux paramètres de réglage seulement.

### 3.1.5 Analyse de robustesse

Dans ce qui précède, nous avons comparé les performances temporelles des différentes lois de commande autour d'un point de fonctionnement. Pour compléter ces résultats et afin d'analyser la sensibilité à la variation du point de fonctionnement, nous étudions dans cette section la robustesse de la stabilité du convertisseur vis-à-vis de l'incertitude de charge sur la plage de fonctionnement. On se limite dans cette étude à la variation de charge sachant que la variation de la tension d'alimentation qui peut atteindre des valeurs importantes peut aussi modifier le point de fonctionnement. D'une part les variations de la charge sont plus fréquentes et d'autre part la tension d'alimentation est plus facilement mesurable et une action d'anticipation peut être mise en place vis-à-vis de cette perturbation. La connaissance de la charge nécessite cependant la mise en place d'un estimateur.

Nous avons aussi supposé que les principales sources de perturbations sont la charge et la tension d'alimentation. Certaines approches [Bus99], [LRAMSV001] prennent en compte des incertitudes sur plusieurs ou sur toutes les valeurs des composants du circuit du convertisseur dans l'analyse de robustesse. Souvent, ces incertitudes sont modélisées de façon non structurée, ce qui en fait une approche simple mais conservatrice.

Dans notre cas et malgré la difficulté du calcul analytique des expressions pour le convertisseur SEPIC, nous avons effectué une analyse de robustesse structurée ( $\mu$ -analyse) pour modéliser idéalement la variation de charge. Il s'agit donc d'établir le modèle d'analyse de la robustesse sous la forme d'une transformation linéaire fractionnaire (LFT) [ZDG96], [Mag04]. Pour ce faire, le modèle est d'abord linéarisé autour du point d'équilibre et ensuite, la résistance de la charge est remplacée par  $R = R_0 + r\delta$ , où  $R_0$  est la valeur nominale et  $0 < \delta < 1$ , pour avoir une représentation normalisée [Mag04]. En posant  $x = X + \tilde{x}$ ,  $d = D + \tilde{d}$  et



$v_e = V_e + \tilde{v}_e$ , le modèle linéaire est :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 &= -\frac{r_{L1}}{L_1}\tilde{x}_1 - \frac{1-D}{L_1}\tilde{x}_3 - \frac{1-D}{L_1}\tilde{x}_4 + \frac{1}{L_1}\tilde{v}_e + \frac{m+nR}{p+qR}\tilde{d} \\ \dot{\tilde{x}}_2 &= -\frac{r_{L2}}{L_2}\tilde{x}_2 - \frac{D}{L_2}\tilde{x}_3 + \frac{1-D}{L_2}\tilde{x}_4 + \frac{L_1}{L_2}\frac{m+nR}{p+qR}\tilde{d} \\ \dot{\tilde{x}}_3 &= \frac{1-D}{C_1}\tilde{x}_1 + \frac{D}{C_1}\tilde{x}_2 - \frac{DV_e}{C_1}\frac{1}{p+qR}\tilde{d} \\ \dot{\tilde{x}}_4 &= \frac{1-D}{C_2}\tilde{x}_1 - \frac{1-D}{C_2}\tilde{x}_2 - \frac{1}{RC_2}\tilde{x}_4 - \frac{DV_e}{C_2}\frac{1}{p+qR}\tilde{d} \end{cases} \quad (3.10)$$

où :

$$\begin{cases} m &= \frac{r_{L2}V_e(1-D)}{L_1} \\ n &= \frac{V_e(1-D)}{L_1} \\ p &= r_{L2} - 2Dr_{L2} + D^2(r_{L1} + r_{L2}) \\ q &= (1-D)^2 \end{cases} \quad (3.11)$$

Un modèle linéaire étendu est alors déterminé comprenant des entrées et des sorties supplémentaires représentant l'incertitude sur la charge (termes contenant des produits de  $\delta$  avec des états). Ces entrées et sorties sont bouclées à travers une matrice d'incertitude  $\Delta$  (Fig. 3.19). Le modèle étendu est donné par :

$$\begin{cases} \dot{x} &= A_mx + B_mu \\ y &= C_mx + D_mu \end{cases} \quad (3.12)$$

avec :

$$\begin{aligned} u &= (v_1 \ v_2 \ v_3 \ v_4 \ v_5 \ \tilde{v}_e \ \tilde{d})^\top \\ y &= (z_1 \ z_2 \ z_3 \ z_4 \ z_5 \ \tilde{x}_1 \ \tilde{x}_2 \ \tilde{x}_3 \ \tilde{x}_4)^\top \\ (v_1 \ v_2 \ v_3 \ v_4 \ v_5)^\top &= \Delta(z_1 \ z_2 \ z_3 \ z_4 \ z_5)^\top \end{aligned}$$

La représentation du système est alors donnée par les relations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 &= -\frac{r_{L1}}{L_1}\tilde{x}_1 - \frac{1-D}{L_1}\tilde{x}_3 - \frac{1-D}{L_1}\tilde{x}_4 + \frac{1}{L_1}\tilde{v}_e + \frac{m+nR_0}{p+qR_0}\tilde{d} + v_1 \\ \dot{\tilde{x}}_2 &= -\frac{r_{L2}}{L_2}\tilde{x}_2 - \frac{D}{L_2}\tilde{x}_3 + \frac{1-D}{L_2}\tilde{x}_4 + \frac{L_1}{L_2}\frac{m+nR_0}{p+qR_0}\tilde{d} + v_2 \\ \dot{\tilde{x}}_3 &= \frac{1-D}{C_1}\tilde{x}_1 + \frac{D}{C_1}\tilde{x}_2 - \frac{DV_e}{C_1}\frac{1}{p+qR_0}\tilde{d} + v_3 \\ \dot{\tilde{x}}_4 &= \frac{1-D}{C_2}\tilde{x}_1 - \frac{1-D}{C_2}\tilde{x}_2 - \frac{1}{RC_2}\tilde{x}_4 - \frac{DV_e}{C_2}\frac{1}{p+qR_0}\tilde{d} + v_4 + v_5 \end{cases} \quad (3.13)$$



$$\begin{cases} z_1 = \frac{-qr}{p+qR_0}v_1 + \frac{(p+qR_0)nr-(m+nR_0)qr}{(p+qR_0)^2}\tilde{d} \\ z_2 = \frac{-qr}{p+qR_0}v_2 + \frac{L_1}{L_2} \frac{-(p+qR_0)nr+(m+nR_0)qr}{(p+qR_0)^2}\tilde{d} \\ z_3 = \frac{-qr}{p+qR_0}v_3 + \frac{qrDV_e/C_1}{(p+qR_0)^2}\tilde{d} \\ z_4 = \frac{-qr}{p+qR_0}(v_4+v_5) + \frac{qrDV_e/C_2}{(p+qR_0)^2}\tilde{d} + \frac{1}{C_2R_0} \frac{qr}{(p+qR_0)}\tilde{x}_4 \\ z_5 = \frac{r(p+qR_0)-qrR_0}{(p+qR_0)C_2R_0^2}\tilde{x}_4 + \frac{r}{(R_0)}v_5 \end{cases} \quad (3.14)$$

Nous obtenons donc une matrice  $\Delta = \delta I_{5 \times 5}$ , modélisant l'incertitude sur la charge, de dimension cinq. Les bornes supérieures de  $\mu(M(j\omega))$  ont été calculées en utilisant les procédures spécialisées disponibles dans Matlab<sup>®</sup> pour les trois lois de commande comparées précédemment. Cependant, les lois PI et par retour d'état étant déjà linéaires, la loi de commande par modes glissants a été linéarisée afin de déterminer ces bornes.

Les bornes supérieures obtenues avec les trois lois de commande sont montrées sur la Fig. 3.20. Au regard de ces tracés, nous pouvons vérifier que la commande par modes glissants, ayant la plus petite valeur de  $\mu$ , est plus robuste que la régulation PI et la commande par retour d'état.

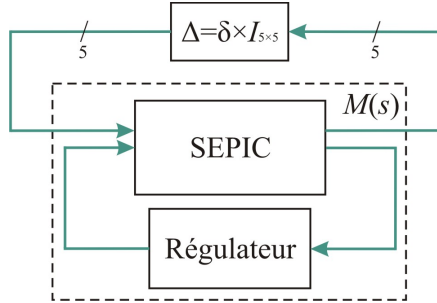
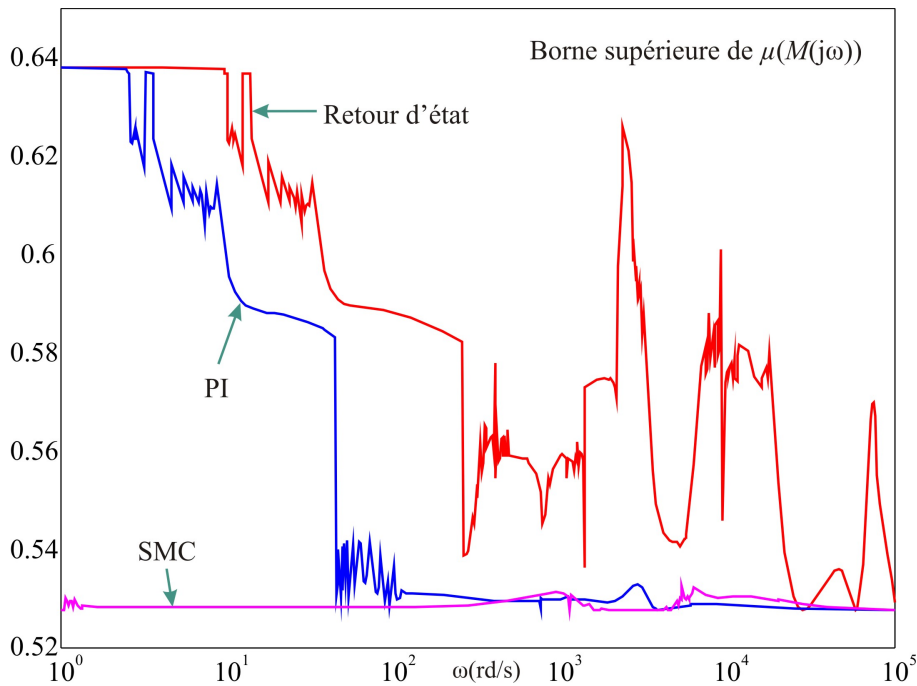


Figure 3.19 – Modèle pour l'analyse de la robustesse structurée

## 3.2 Synthèse des observateurs par modes glissants

Une autre tâche complémentaire à la commande est l'estimation des paramètres incertains et des variables d'état. Souvent dans la littérature, le vecteur d'état a toujours été supposé accessible. Ceci peut être réalisé pour un circuit prototype dédié, mais complique suffisamment la mise en œuvre pratique dans les applications industrielles. Plus précisément, il conduit à une complication technologique

Figure 3.20 – Bornes supérieures de  $\mu(M(j\omega))$ 

en particulier dans les systèmes embarqués, car d'une part certains capteurs pourraient ne pas être assez précis (et bruités) tels que les capteurs de courant, d'autre part leur intégration pourrait s'avérer difficile. De ce point de vue, l'utilisation d'observateurs pour estimer le vecteur d'état est de grand intérêt. Les dynamiques en hautes fréquences excitées ou négligées peuvent être « contournées » par un observateur asymptotique.

Plusieurs techniques d'observateurs linéaires et non linéaires ont été proposées [RG06]. Chaque technique non linéaire a sa complexité et son applicabilité sur une famille particulière de modèles non linéaires. Les observateurs linéaires sont faciles à concevoir, mais la convergence n'est garantie que localement. Une des approches la plus commune est celle fondée sur l'utilisation des dérivées de Lie [DKK09]. Elle ne fournit pas toujours une transformation canonique inversible entre le système et les variables d'état de l'observateur. Les observateurs par modes glissants (SMO de l'anglais : Sliding Mode Observers) non linéaires [SFS04] ne sont pas complexes à concevoir et, en même temps, bénéficient des propriétés de robustesse en stabilité de l'approche de la commande par modes glissants. Cependant, le SMO que nous proposons ici est différent des SMO à ordre élevé, comme dans [BPF09] par exemple. Ce dernier exige l'évaluation des dérivées d'ordre élevé, alors que celui proposé dans cette thèse est très similaire à

la technique de commande par modes glissants telle qu'elle a été présentée dans les sections précédentes, ce qui facilite sa synthèse et son intégration avec la SMC. En outre, il prend en compte les incertitudes des composants du circuit.

### 3.2.1 Synthèse de l'observateur

Prenons le modèle bilinéaire (3.4), nous pouvons l'écrire sous forme matricielle suivante, où  $x''$  regroupe les variables mesurées et  $x'$  celles à estimer :

$$\begin{cases} \dot{x} &= A'x + B'xd + L'v_e \\ y &= Cx = C_1x' + C_2x'' \end{cases} ; x = (x' \ x'') \text{ et } \det(C_2) \neq 0 \quad (3.15)$$

Un avantage de cet observateur par modes glissants est que son ordre est réduit, il est égal à la dimension de  $x'$ . Comme défini dans (3.15), le vecteur d'état  $x$  est divisé en deux sous-vecteurs d'état avec une condition sur le déterminant de la matrice  $C_2$ . Dans notre cas, cet ordre est réduit de quatre à trois. Nous pouvons donc réécrire le système (3.15) comme :

$$\begin{cases} \dot{x}' &= A_{11}x' + A_{12}y + (B_1x' + E_1y)d + L'v_e \\ \dot{y} &= A_{21}x' + A_{22}y + (B_2x' + E_2y)d ; x'' = C_2^{-1}(y - C_1x') \end{cases} \quad (3.16)$$

*Remarque :* à partir de ce point, le terme  $x'$  dans (3.15) ne doit pas être confondu avec celui utilisé pour représenter les vecteurs de commande définis précédemment. Il est complètement indépendant.

Tous les éléments des matrices dans (3.15) et (3.16) sont composés de paramètres du circuit du convertisseur et peuvent être facilement obtenus à partir de la réorganisation de (3.4). Un problème majeur et pratiquement présent dans tous les convertisseurs de puissance est l'incertitude de leurs composants. Cela se traduit par une erreur expérimentale sur la convergence de l'état, même si la stabilité globale est théoriquement satisfaite. Pour résoudre ce problème, nous proposons de prendre en compte ces incertitudes. Parmi plusieurs méthodes, nous avons choisi de le faire d'une façon non structurée. Cela signifie que nous ne formulons pas le problème à travers l'incertitude exacte de chaque composant, mais plutôt, nous considérons que toutes les incertitudes peuvent être résumées et représentées par une perturbation constante  $d_0$  sur le signal de commande  $d$ .  $d_0$  est alors considéré comme un état supplémentaire à estimer. Cela augmente donc l'ordre du système d'une unité, mais évite une formulation complexe et longue des incertitudes. Cette approche non-structurée ne garantit pas une élimination complète de l'erreur expérimentale dû aux incertitudes, mais d'un point de vue de l'application, nous pouvons tolérer un certain écart. Le nouveau système étendu qui prend en compte les incertitudes est donc d'ordre quatre et sa représentation d'état est de la forme

suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}' &= A_{11}x' + A_{12}y + (B_1x' + E_1y)(d + d_0) + L'v_e \\ \dot{d}_0 &= 0 \\ \dot{y} &= A_{21}x' + A_{22}y + (B_2x' + E_2y)(d + d_0) \end{cases} \quad (3.17)$$

Dans (3.17),  $d$  est le signal de commande fourni par la loi de commande, tandis que  $d_0$  est une perturbation estimée avec le vecteur d'état, par l'observateur. La représentation d'état étendue de l'observateur par modes glissants correspondant à la forme bilinéaire est la suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}' &= A_{11}\hat{x}' + A_{12}\hat{y} + (B_1\hat{x}' + E_1\hat{y})(d + \hat{d}_0) + L'v_e + K_1w \\ \dot{\hat{d}}_0 &= 0 + K_2w \\ \dot{\hat{y}} &= A_{21}\hat{x}' + A_{22}\hat{y} + (B_2\hat{x}' + E_2\hat{y})(d + \hat{d}_0) - w \end{cases} \quad (3.18)$$

où  $K_1$  et  $K_2$  sont les gains de l'observateur,  $(\hat{x}' \ \hat{d}_0)^\top$  le vecteur d'état augmenté et  $w$  l'entrée de l'observateur, qui est équivalent à une entrée de commande dans le cas d'une SMC.

Dans ce cas, nous appliquons le principe de la commande discontinue pour assurer l'attractivité vers la surface de glissement. Ainsi, nous assignons  $w = M \text{sgn}(s)$  avec  $M$  une constante positive. Un bon choix de  $M$  peut être trouvé en utilisant la condition d'attractivité  $\dot{s}s < 0$ . Cependant, le problème de réticence n'est pas significatif puisque, dans ce cas, le modèle (SMO) est entièrement numérique (absence de bruit ou des dynamiques négligées). La surface de glissement est  $s = \hat{y} - y$ , ce qui montre que sa convergence vers 0 assure une estimation parfaite. Finalement, il reste à vérifier la dynamique de glissement. Pour cela, nous déterminons la dynamique de l'erreur d'estimation en utilisant la composante continue  $w_{eq}$  (commande équivalent dans le cas de la SMC). Cela conduit à :

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon} &= (A_{11} + K_1A_{21})\varepsilon + (B_1 + K_1B_2)\varepsilon(d + d_0) \\ \varepsilon &= \hat{x}' - x' \end{cases} \quad (3.19)$$

La paire  $(A_{11}, A_{21})$  étant observable, nous pouvons trouver un gain  $K_1$  tel que  $A_\varepsilon = A_{11} + K_1A_{21}$  est Hurwitz. Ensuite, nous pouvons estimer  $x''$  à partir de  $\hat{x}'' = C_2^{-1}(y - C_1\hat{x}')$ .

Un observateur est donc synthétisé en prenant :

$$M = 1500; K_1 = (-0,0822 \ 0,7284 \ 0,2486)^\top; K_2 = -0,0066$$

Un essai de variation de la consigne, comme celui de la SMC (première stratégie sans observateur), est effectué. La Fig. 3.21 montre les réponses obtenues en simulation et expérimentalement. Nous pouvons remarquer :

- en simulation, la réponse est identique à celle sans observateur ;
- expérimentalement, la phase transitoire est plus lisse, et avec un écart faible entre la référence et la tension de sortie.

L'écart constaté, entre la référence et la tension de sortie, existe toujours comme prévu et a une valeur relative inférieure à 0,8%, ce qui est acceptable dans la majorité des applications des convertisseurs DC-DC. Il est maintenant dû aux incertitudes des valeurs des résistances du capteur de la tension de sortie, et à la chaîne de mesure.

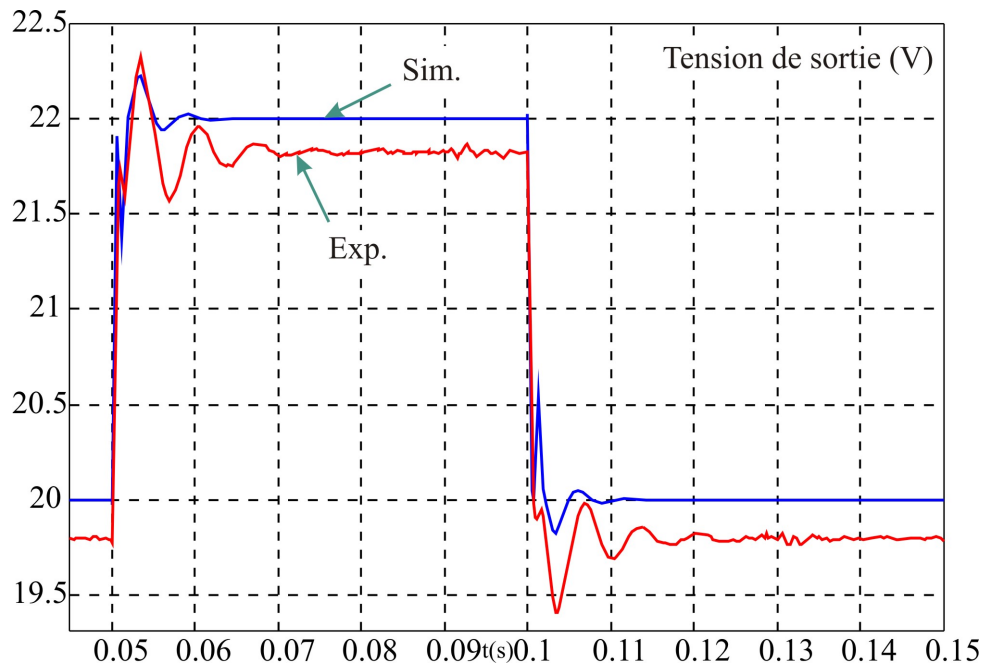


Figure 3.21 – Réponse en simulation et expérimentale à une variation de 2V de la consigne en présence de l'observateur

Sachant que l'approche de l'observateur par modes glissants proposé est non linéaire, et que le principe de séparation de la stabilité pour la commande et l'observateur ne s'applique pas, il faut démontrer analytiquement la stabilité globale du système complet comportant la commande et l'observation (convertisseur+SMC+SMO), ce qui n'est pas donné ici à cause des expressions non linéaires complexes. Cependant, nous avons vérifié que le système complet, linéarisé autour du point de fonctionnement, est stable (ayant une matrice de transition Hurwitz).

Enfin, un résultat positif de cette approche est que les réglages des paramètres de la SMC et ceux du SMO sont totalement indépendants.

### 3.3 Conclusions

Dans ce chapitre, la commande équivalente par modes glissants a été appliquée afin de fournir une loi de commande rapide et stable, appliquée dans le cadre de ces travaux sur un convertisseur de type SEPIC, tout en conservant une fréquence de commutation fixe. Ceci a facilité l'implémentation pratique et son utilisation sans la commande discontinue a été justifiée. Nous avons montré que, contrairement à ce qui a été supposé en termes du choix de la surface de glissement, une commande par modes glissants du premier ordre conduit à une loi de commande instable pour le SEPIC, même si ce n'est pas le cas pour d'autres convertisseurs DC-DC.

Nous avons proposé des stratégies de commande par modes glissants du second ordre qui permettent d'obtenir des comportements dynamiques rapides et stables et qui sont en même temps d'une complexité de synthèse « raisonnable ».

Par ailleurs, nous avons proposé un observateur par modes glissants qui prend en compte des incertitudes pour estimer le vecteur d'état et limiter les problèmes de mesure de toutes les variables d'état.

De plus, une comparaison des lois de commande avec une analyse de robustesse de stabilité, pour le convertisseur SEPIC, a été traitée. Comparativement à la régulation de type PI et à la commande par retour d'état, les résultats obtenus en simulation, et confirmés expérimentalement, ont permis de conclure à des meilleures performances de la commande par modes glissants, en particulier vis-à-vis des perturbations de la charge. Du point de vue du comportement non linéaire, la commande par modes glissants a aussi permis d'obtenir une meilleure homogénéité avec une très bonne dynamique transitoire lors des changements de point de fonctionnement. En termes de robustesse, l'analyse effectuée en utilisant la valeur singulière structurée a permis de conclure à une meilleure performance de la commande par modes glissants.

Cependant, ces performances peuvent être améliorées si la valeur de la charge peut être estimée, ce que l'observateur par modes glissants ne fait pas ici. Ce problème est complexe vis-à-vis de la conception de ce type d'observateurs. En revanche, nous le proposons dans le chapitre 5 en utilisant une autre approche méthodologique fondée sur les principes d'immersion et d'invariance.



## Chapitre 4

# Modélisation et commande par approches énergétiques

*La différence entre les systèmes non linéaires et linéaires est que chaque système non linéaire a ses propres propriétés et comportement, et qu'une méthode de commande n'est adaptée qu'à une classe de non linéarités. Ceci se traduit d'un point de vue de la commande par l'exigence des stratégies et des approches différentes pour atteindre la stabilité et les mêmes objectifs de performance. Ainsi, il faut disposer d'une bonne connaissance du procédé à commander, car des systèmes appartenant à une même famille de modèles peuvent avoir des propriétés dynamiques « éloignées ». Cela implique que le choix d'une stratégie de commande ne peut pas, généralement, être préalablement déterminé sans une analyse approfondie, argumentée et comportant des éléments comparatifs au regard des différentes approches potentielles.*

*Contrairement à ce qu'on pourrait penser, les phases de modélisation et de commande des systèmes dynamiques ne doivent pas être menées distinctement, mais plutôt simultanément et analysées en tenant compte de la problématique. Différents modèles conduisent à des difficultés différentes dans la synthèse des lois de commande, où l'utilisation de certaines représentations mathématiques pourrait complexifier la conception d'une stratégie de commande spécifique, voire même les rendre inefficaces. Dans la littérature, la plupart des convertisseurs DC-DC ont été modélisés en utilisant une approche de type modèle moyen classique en espace d'état [MC76], [CM77], car il convient le mieux aux différents concepts de commande. Beaucoup d'auteurs ont adopté ce modèle pour la synthèse des lois de commande dans un objectif classique de robustesse et de performances : commande par compensation des pôles [LMK00], commande par modes glissants (SMC) [Utk93], [ME96], [TLT06], [HL06], commande robuste [GSZ02], [Bus99], [LRAMSV001], [AMF03], [SFH<sup>+</sup>10].*

*De par sa représentation même, l'approche par la passivité est un outil très*



utile dans l'analyse et la commande des systèmes non linéaires, en raison de sa forte liaison avec les méthodes de Lyapunov [Kha02]. Les notions énergétiques, à la base de ces méthodes, les rendent compréhensibles, adaptables et applicables aux systèmes dynamiques fondés sur les concepts de flux d'énergie, tels que les convertisseurs de puissance. En outre, la commande par passivité (PBC de l'anglais : Passivity-Based Control) a été appliquée en utilisant des méthodes de modélisation dédiées et principalement fondées sur la modélisation d'Euler-Lagrange (EL) [OLNSR98] et Hamiltonienne (PH de l'anglais : Port-Hamiltonian) [EvdSO99], ce qui a permis d'avoir une bonne cohérence et interaction entre la modélisation et la commande. La commande des convertisseurs DC-DC a elle-même été aussi analysée et stabilisée en utilisant des approches PBC, ce qui a fourni des lois de commande non-linéaires performantes et robustes par rapport à d'autres stratégies.

Dans ce chapitre, nous proposons le développement des méthodologies de synthèse de lois de commande fondées sur la passivité, en utilisant des modèles dédiés. Ceci a pour but de proposer une stratégie de {modélisation+commande} mieux adaptée, plus performante et plus systématique que les approches proposées dans les chapitres précédents pour le convertisseur SEPIC. Nous montrons dans un premier temps l'applicabilité des approches classiques, en prenant comme point de départ les convertisseurs basiques, et ensuite nous proposons deux approches pour la commande du convertisseur SEPIC. Dans une perspective de l'extension de leur application dans un environnement industriel les travaux sont aussi guidés par le compromis théorique/pratique d'une part, puis d'autre part par la nécessité de la validation expérimentale des lois de commande synthétisées et des concepts utilisés.

## 4.1 Modélisation par approches énergétiques

Dans cette section, nous allons présenter deux approches différentes, toutes deux s'appuyant sur le point de vue énergétique, afin de modéliser les convertisseurs DC/DC en commutation. La première approche utilise le Lagrangien du système alors que la seconde utilise l'Hamiltonien. Notons que ces méthodes sont *a priori* très générales et peuvent aussi bien être utilisées pour la modélisation de systèmes mécaniques par exemple. Chacun de ces modèles nous permettra d'appliquer les diverses méthodes de synthèse de lois de commande utilisant les outils de la passivité. Pour des questions de facilité de présentation nous nous plaçons en mode CCM.

## 4.1.1 Le modèle d'EULER-LAGRANGE

### 4.1.1.1 Principe de la modélisation d'EULER-LAGRANGE

L'approche par le Lagrangien consiste à établir les grandeurs et fonctions d'Euler-Lagrange du circuit :

- énergies cinétique et potentielle,
- fonction de dissipation de Rayleigh,
- et entrées exogènes au système,

pour chacune des topologies associées aux deux positions du commutateur. Dans le cas des convertisseurs de puissance, l'énergie cinétique est l'énergie emmagasinée dans les inductances, et l'énergie potentielle est celle emmagasinée dans les condensateurs. La fonction de dissipation de Rayleigh correspond en pratique à la dissipation par effet Joule. Cette approche est expliquée et appliquée à divers types de systèmes physiques, électriques aussi bien que mécaniques dans [KPAY06], [OLNSR98] et [RO95]. Nous verrons que certaines grandeurs (et fonctions) d'Euler-Lagrange restent inchangées selon l'état des interrupteurs, alors que d'autres ne sont affectées que par l'ajout ou le retrait de certains termes. En incluant la position de l'interrupteur commandé (fermé ou ouvert) dans l'expression de ces grandeurs, nous pourrions alors définir un modèle général en commutation pour le système. En appliquant ensuite l'équation de la dynamique d'Euler-Lagrange, nous obtiendrions un système d'équations différentielles sur les variables d'état du système qui définiraient sa représentation d'état.

### 4.1.1.2 Application aux convertisseurs

Nous illustrons l'utilisation de la modélisation d'Euler-Lagrange sur les convertisseurs Boost et SEPIC. Celles des convertisseurs Buck et Buck-Boost sont similaires au convertisseur Boost, tandis que celle du convertisseur Ćuk est similaire à celle du SEPIC.

#### 4.1.1.2.1 Modèle d'Euler-Lagrange du convertisseur Boost

Le schéma du convertisseur Boost est redonné dans la Fig. 4.1. Pour l'expression du Lagrangien, les quantités de charge dans les inductances et les condensateurs sont utilisées :

$$q = \begin{pmatrix} q_L \\ q_C \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

Après avoir défini les fonctions caractéristiques d'Euler-Lagrange pour chaque configuration du circuit, selon l'état du commutateur  $\mu = 0$  (ouvert) et  $\mu = 1$  (fermé), nous pouvons, en les combinant, déduire un ensemble d'expressions globales pour le système en commutation. En remplaçant  $\mu$  par 0 ou 1, nous obtenons

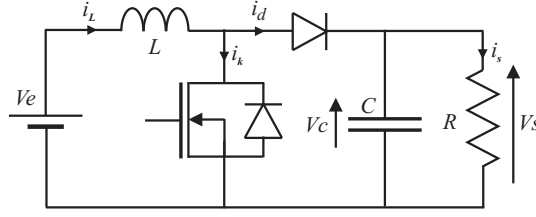


Figure 4.1 – Schéma du convertisseur Boost

les relations suivantes pour le convertisseur Boost :

$$\Sigma_\mu : \begin{cases} T_\mu(\dot{q}) &= \frac{1}{2} L \dot{q}_L^2 \\ V_\mu(q) &= \frac{1}{2C} q_C^2 \\ F_\mu(\dot{q}) &= \frac{1}{2} R ((1-\mu)\dot{q}_L - \dot{q}_C)^2 \\ Q_\mu &= \begin{pmatrix} E \\ 0 \end{pmatrix} \end{cases} \quad (4.2)$$

où  $T_\mu$  et  $V_\mu$  sont les énergies cinétique et potentielle respectivement,  $F_\mu$  la fonction de dissipation de Rayleigh qui représente la puissance dissipée, et  $Q_\mu$  le vecteur des entrées exogènes. Le terme  $E$  remplace la tension d'alimentation  $V_e$  et le facteur  $1/2$  dans  $F_\mu$  est ajouté pour des raisons de cohérence. Le Lagrangien peut ensuite être défini, à partir des énergies cinétique et potentielle, par :

$$L_\mu(q, \dot{q}) = T_\mu(\dot{q}) - V_\mu(q) \quad (4.3)$$

$$= \frac{1}{2} (L \dot{q}_L^2 - \frac{q_C^2}{C}) \quad (4.4)$$

Ensuite, l'équation d'Euler-Lagrange, définie par l'expression (4.5), permet d'obtenir une représentation dynamique du système en commutation.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial q} = Q - \frac{\partial F(\dot{q})}{\partial \dot{q}} \quad (4.5)$$

Nous aurons pour le convertisseur Boost :

$$\begin{pmatrix} L \ddot{q}_L \\ \dot{q}_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -(1-\mu) \frac{q_C}{C} \\ (1-\mu) \dot{q}_L - \frac{q_C}{RC} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

En prenant comme nouvelles variables d'état

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{q}_L \\ \frac{q_C}{C} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_L \\ v_C \end{pmatrix}$$

nous obtenons le modèle d'état suivant :

$$\begin{pmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{pmatrix} \dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & -(1-\mu) \\ 1-\mu & -\frac{1}{R} \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} E \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

Le modèle d'état (4.7) est mis sous une forme simplifiée et plus informative du point de vue énergétique par :

$$\mathcal{D}\dot{x} = (\mathcal{J} - \mathcal{R})x + \mathcal{E} \quad (4.8)$$

où nous avons les matrices :

- $\mathcal{D} = \begin{pmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{pmatrix}$  diagonale,
- $\mathcal{J} = \begin{pmatrix} 0 & -(1-\mu) \\ (1-\mu) & 0 \end{pmatrix}$  antisymétrique,
- $\mathcal{R} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R} \end{pmatrix}$  diagonale
- $\mathcal{E} = \begin{pmatrix} E \\ 0 \end{pmatrix}$

La matrice  $\mathcal{D}$  contient les éléments de stockage dans le convertisseur (inductances et capacités), la matrice  $\mathcal{J}$  représente l'interconnexion des composants du circuit, la matrice  $\mathcal{R}$  contient les éléments dissipatifs (résistances) et le vecteur  $\mathcal{E}$  représente les entrées exogènes.

#### 4.1.1.2.2 Modèle d'Euler-Lagrange du convertisseur SEPIC

D'après le schéma simplifié du SEPIC, Fig. 4.2, nous pouvons voir que la charge  $q_{C_1}$  du condensateur  $C_1$  est alternativement égale à celle de l'inductance  $L_2$  lorsque  $\mu = 1$  puis à celle de l'inductance  $L_1$  lorsque  $\mu = 0$ . En effet, les cou-

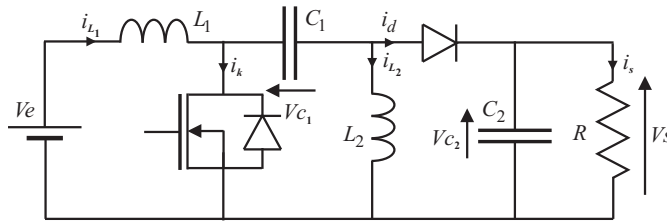


Figure 4.2 – Schéma du convertisseur SEPIC

rants sont égaux et les conditions aux limites impliquent l'égalité des charges pour chacune des positions du commutateur, que ce soit avec  $L_2$  pour  $\mu = 1$  ou avec  $L_1$

pour  $\mu = 0$ . Comme le courant est la dérivée de la charge, alors nous avons l'égalité des charges précédemment citées quels que soient le temps  $t$  et la position du commutateur  $\mu$ .

Nous prenons les grandeurs suivantes :

$$q = (q_{L_1} \quad q_{L_2} \quad q_{C_2})^\top \quad (4.9)$$

pour définir les fonctions d'Euler-Lagrange pour chacune des positions du commutateur afin d'obtenir les relations caractéristiques du système en commutation. Nous obtenons alors :

$$\Sigma_\mu : \begin{cases} T_\mu(\dot{q}) &= \frac{1}{2}(L_1 \dot{q}_{L_1}^2 + L_2 \dot{q}_{L_2}^2) \\ V_\mu(q) &= \frac{1}{2C_2} q_{C_2}^2 + \frac{1}{2C_1} (\mu q_{L_2} + (1-\mu) q_{L_1})^2 \\ F_\mu(\dot{q}) &= \frac{1}{2} R ((1-\mu)(\dot{q}_{L_1} - \dot{q}_{L_2}) - \dot{q}_{C_2})^2 \\ Q_\mu &= \mu \begin{pmatrix} E \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{cases} \quad (4.10)$$

Les énergies cinétique et potentielle permettent ensuite d'écrire l'expression du Lagrangien :

$$L_\mu(q, \dot{q}) = T_\mu(\dot{q}) - V_\mu(q) \quad (4.11)$$

$$= \frac{1}{2}(L_1 \dot{q}_{L_1}^2 + L_2 \dot{q}_{L_2}^2) - \frac{q_{C_2}^2}{C_2} - \frac{1}{C_1} (\mu q_{L_2} + (1-\mu) q_{L_1})^2 \quad (4.12)$$

Appliquons alors l'équation d'Euler-Lagrange (4.5) à l'ensemble d'équations  $\Sigma_\mu$  :

$$\begin{pmatrix} L_1 \ddot{q}_{L_1} \\ L_2 \ddot{q}_{L_2} \\ \dot{q}_{C_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -(1-\mu) \frac{1}{C_1} (\mu q_{L_2} + (1-\mu) q_{L_1}) - (1-\mu) \frac{q_{C_2}}{C_2} \\ -\mu \frac{1}{C_1} (\mu q_{L_2} + (1-\mu) q_{L_1}) + (1-\mu) \frac{q_{C_2}}{C_2} \\ (1-\mu)(\dot{q}_{L_1} - \dot{q}_{L_2}) - \frac{q_{C_2}}{RC_2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

Il est évident qu'un modèle d'état ne peut pas être défini avec le seul système d'équations (4.13) sans ajouter de variable complémentaire car le vecteur  $q$  est de dimension trois. La raison de l'absence de la charge  $q_{C_1}$  de  $C_1$  dans le vecteur  $q$  est que l'énergie cinétique associée dépend de  $\mu$  et des autres charges. En effet, dans (4.12), le terme  $(\mu q_{L_2} + (1-\mu) q_{L_1})^2$  n'est pas  $q_{C_1}^2$ . Ceci est une conséquence de la topologie du circuit, on peut prendre comme nouvelles variables d'état :

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{q}_{L_1} \\ \frac{1}{C_1} (\mu q_{L_2} + (1-\mu) q_{L_1}) \\ \dot{q}_{L_2} \\ \frac{q_{C_2}}{C_2} \end{pmatrix}$$

Ce choix conduit au modèle d'état suivant :

$$\begin{pmatrix} L_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix} \dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & -(1-\mu) & 0 & -(1-\mu) \\ 1-\mu & 0 & \mu & 0 \\ 0 & -\mu & 0 & 1-\mu \\ 1-\mu & 0 & -(1-\mu) & -\frac{1}{R} \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} E \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Soit selon la formulation énergétique :

$$\mathcal{D}\dot{x} = (\mathcal{J} - \mathcal{R})x + \mathcal{E} \quad (4.14)$$

où

$$\begin{aligned} \mathcal{D} &= \begin{pmatrix} L_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix} \\ \mathcal{J} &= \begin{pmatrix} 0 & -(1-\mu) & 0 & -(1-\mu) \\ 1-\mu & 0 & \mu & 0 \\ 0 & -\mu & 0 & 1-\mu \\ 1-\mu & 0 & -(1-\mu) & 0 \end{pmatrix} \\ \mathcal{R} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R} \end{pmatrix} \\ \mathcal{E} &= \begin{pmatrix} E \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Les structures et rôles des différentes matrices restent les mêmes que ceux des matrices dans le cas du convertisseur Boost.

## 4.1.2 Le modèle Hamiltonien

### 4.1.2.1 Principe de la modélisation Hamiltonienne

Un système Hamiltonien généralisé est un système non linéaire sans pertes muni de ports extérieurs agissant comme des entrées et défini par un modèle d'état traditionnel. Il est caractérisé par une inclusion explicite de la contribution du gradient de l'énergie totale du système dans les équations différentielles décrivant l'évolution du vecteur d'état.

Habituellement, les circuits électriques ne sont pas considérés comme Hamiltoniens en raison de la présence d'éléments dissipatifs comme les résistances ainsi que d'éléments non dissipatifs qui perturbent néanmoins la structure fondamentale d'un système sans pertes. Ainsi, les circuits électriques munis de transformateurs, de diodes, de commutateurs, etc. . . ne peuvent être considérés comme de réels systèmes Hamiltoniens généralisés.

Cependant le formalisme Hamiltonien ainsi que toutes ses propriétés physiques intéressantes peuvent être préservés dans le cas de circuits électriques dont nous ne nous préoccupons que du sous-circuit sans pertes<sup>1</sup>, en considérant le reste des éléments constitutifs du circuit comme des ports externes ou des entrées du système. De cette manière, les circuits résistifs, munis de diodes, de commutateurs, de transformateurs, etc. . . peuvent aussi être modélisés de manière systématique.

Cette approche, étudiée pour différents types de systèmes physiques dans [DSO08], [EvdSO99] et [OLNSR98], permet ainsi la modélisation systématique de réseaux électriques incluant toutes sortes d'éléments électriques, ce qui n'est pas aisé et parfois même impossible à effectuer en utilisant le formalisme Lagrangien.

Avec l'approche Hamiltonienne, tous les éléments d'un circuit électrique sont représentés comme des ports électriques dont :

- les courants sont identifiés comme des flux notés avec la lettre  $f$ ,
- les tensions sont identifiés comme des efforts et notés avec la lettre  $e$ .

Les variables d'état du circuit  $LC$  sans pertes sont les charges  $q_C$  des différents condensateurs et les flux  $\phi_L$  des différentes inductances.

Nous pouvons alors écrire, en fonction des variables d'état, l'énergie emmagasinée dans un condensateur, qui joue le rôle de l'énergie potentielle  $V$  du système :

$$V = \frac{1}{2C} q_C^2 \quad (4.15)$$

et l'énergie magnétique d'une inductance, qui joue le rôle d'énergie cinétique  $T$  du système :

$$T = \frac{1}{2L} \phi_L^2 \quad (4.16)$$

L'Hamiltonien, qui représente l'énergie totale du sous-circuit  $LC$  sans pertes, est alors simplement :

$$H = T + V = \frac{1}{2L} \phi_L^2 + \frac{1}{2C} q_C^2 \quad (4.17)$$

Les équations régissant le fonctionnement de chacun des différents éléments constitutifs retrouvés dans les convertisseurs DC-DC en commutation pour l'approche Hamiltonienne se déterminent à partir des caractéristiques propres de chaque élément :

---

1. Nous ne considérons que ses inductances et ses condensateurs

- Résistance :

$$e_R = Rf_R \quad (4.18)$$

- Inductance :

$$f_L = \frac{\phi_L}{L} \quad \text{et} \quad e_L = \dot{\phi}_L \quad (4.19)$$

- Condensateur :

$$e_C = \frac{q_C}{C} \quad \text{et} \quad f_C = \dot{q}_C \quad (4.20)$$

- Commutateur idéal : il sera noté  $SW$ <sup>2</sup> et commandé par la variable  $\mu$  dont la valeur appartient à l'ensemble fini  $\{0, 1\}$ . La relation suivante montre donc le comportement du commutateur pour chacune de ces valeurs de  $\mu$  :

$$\mu = \begin{cases} 1 & \Rightarrow e_{SW} = 0 \quad \text{et} \quad f_{SW} \in \mathbb{R} \\ 0 & \Rightarrow e_{SW} \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad f_{SW} = 0 \end{cases} \quad (4.21)$$

- Diode idéale : nous utilisons les commutateurs en mode de fonctionnement continu et dans ces conditions, la diode sera équivalente à un autre commutateur qui fonctionnera de manière dépendante du commutateur commandé. Son mode de fonctionnement sera modifié à chaque commutation et pour cette raison nous pouvons nous ramener à des circuits simplifiés avec deux commutateurs dépendants. Si nous utilisons les commutateurs en mode de fonctionnement discontinu, alors il faudrait tenir compte des modes de fonctionnement suivants :

$$\text{Diode} \begin{cases} \text{passante} & \Rightarrow e_{SW} = 0 \quad \text{et} \quad f_{SW} \geq 0 \\ \text{bloquée} & \Rightarrow e_{SW} \leq 0 \quad \text{et} \quad f_{SW} = 0 \end{cases} \quad (4.22)$$

#### 4.1.2.2 Application aux différents convertisseurs

La démarche à suivre afin de modéliser les circuits électriques par cette approche va être clairement décrite pour le convertisseur Boost, ce qui nous permettra pour le SEPIC de ne pas nous attarder sur certaines étapes du processus de développement du modèle. Il faut cependant noter ici que les convertisseurs sont utilisés en mode de conduction continue (CCM) et que les éléments du circuit sont considérés comme parfaits, ce qui nous permet de considérer un schéma équivalent plus simple pour chacun des types de convertisseur.

##### 4.1.2.2.1 Modèle PH du convertisseur Boost

Soit le vecteur d'état :

$$x = \begin{pmatrix} \phi_L \\ q_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Li_L \\ Cv_C \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

---

2. Pour l'anglais *Switch*



Comme nous l'avons vu dans l'équation (4.17), l'Hamiltonien du système est alors :

$$H(x) = T + V = \frac{1}{2L}\phi_L^2 + \frac{1}{2C}q_C^2 = \frac{1}{2}x^\top Qx \quad (4.24)$$

avec

$$Q = \begin{pmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

et donc en dérivant l'Hamiltonien par rapport au vecteur d'état, nous obtenons :

$$\frac{\partial H(x)}{\partial x} = Qx = \begin{pmatrix} \frac{\phi_L}{L} \\ \frac{q_C}{C} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_L \\ u_C \end{pmatrix} \quad (4.26)$$

En observant la Fig. 4.1, les lois des mailles et des nœuds nous indiquent directement que :

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} e_{SW_1} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} E + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} f_{SW_2} + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} f_R \quad (4.27)$$

où  $SW_1$  désigne l'interrupteur et  $SW_2$  la diode.

Les lois de Kirchoff nous permettent ensuite d'établir les relations existantes entre les ports externes restants, qui sont  $f_S$ ,  $e_{SW_1}$ ,  $f_{SW_2}$  et  $e_R$ , et le gradient du Hamiltonien  $\frac{\partial H(x)}{\partial x}$  ainsi que les ports  $E$ ,  $-f_{SW_1}$ ,  $-e_{SW_2}$  et  $-f_R$  qui interviennent dans l'équation (4.27).

L'équation des ports externes écrite sous forme standard sera alors :

$$\begin{pmatrix} f_S \\ f_{SW_1} \\ e_{SW_2} \\ e_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\phi_L}{L} \\ \frac{q_C}{C} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ e_{SW_1} \\ f_{SW_2} \\ f_R \end{pmatrix} \quad (4.28)$$

Afin d'expliciter l'équation (4.27) on peut noter, d'après les équations (4.18) et (4.28), que  $f_R = \frac{q_C}{RC}$  et pour obtenir  $e_{SW_1}$  et  $f_{SW_2}$ , nous devons les exprimer pour chacune des valeurs de  $\mu$  et en déduire leurs formulations générales (en fonction de  $\mu$ ).

Des équations (4.21) et (4.28), nous déterminons :

– Pour  $\mu = 1$ ,

$$\begin{cases} e_{SW_1} = 0 \\ f_{SW_2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} e_{SW_2} = -\frac{q_C}{C} \\ f_{SW_1} = \frac{\phi_L}{L} \end{cases}$$

– Pour  $\mu = 0$ ,

$$\begin{cases} e_{SW_2} = 0 \\ f_{SW_1} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} e_{SW_1} = \frac{q_C}{C} \\ f_{SW_2} = \frac{\phi_L}{L} \end{cases}$$

Nous en déduisons  $e_{SW_1} = (1 - \mu) \frac{q_C}{C}$  et  $f_{SW_2} = (1 - \mu) \frac{\phi_L}{L}$ , ce qui conduit au modèle d'état :

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & -(1 - \mu) \\ 1 - \mu & -\frac{1}{R} \end{pmatrix} \frac{\partial H}{\partial x} + \begin{pmatrix} E \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.29)$$

Ce modèle peut être écrit sous la forme simplifiée :

$$\dot{x} = (\mathcal{J} - \mathcal{R}) \frac{\partial H}{\partial x} + \mathcal{E} \quad (4.30)$$

où nous avons les matrices :

- $\mathcal{J} = \begin{pmatrix} 0 & -(1 - \mu) \\ (1 - \mu) & 0 \end{pmatrix}$  antisymétrique,
- $\mathcal{R} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R} \end{pmatrix}$  diagonale
- $\mathcal{E} = \begin{pmatrix} E \\ 0 \end{pmatrix}$ .

Leur signification est la même que celle du modèle d'Euler-Lagrange.

Notons aussi que ce modèle peut être également obtenu à partir du modèle d'Euler-Lagrange par un réarrangement des éléments des différentes matrices. Nous verrons par la suite que cette forme de modèle d'état sera fortement utile lors de la synthèse de lois de commande utilisant les approches de la passivité.

#### 4.1.2.2.2 Modèle Hamiltonien du SEPIC

Soit le vecteur d'état

$$x = \begin{pmatrix} \phi_{L_1} \\ q_{C_1} \\ \phi_{L_2} \\ q_{C_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_1 i_{L_1} \\ C_1 v_{C_1} \\ L_2 i_{L_2} \\ C_2 v_{C_2} \end{pmatrix} \quad (4.31)$$

L'Hamiltonien du système est :

$$H(x) = T + V = \frac{1}{2L_1} \phi_{L_1}^2 + \frac{1}{2L_2} \phi_{L_2}^2 + \frac{1}{2C_1} q_{C_1}^2 + \frac{1}{2C_2} q_{C_2}^2 = \frac{1}{2} x^\top Q x \quad (4.32)$$

avec

$$Q = \begin{pmatrix} \frac{1}{L_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_2} \end{pmatrix} \quad (4.33)$$

et donc en dérivant l'Hamiltonien par rapport au vecteur d'état nous obtenons :

$$\frac{\partial H(x)}{\partial x} = Qx = \begin{pmatrix} \frac{\phi_{L1}}{L1} \\ \frac{qc1}{C1} \\ \frac{\phi_{L2}}{L2} \\ \frac{qc2}{C2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{L1} \\ v_{C1} \\ i_{L2} \\ v_{C2} \end{pmatrix} \quad (4.34)$$

En observant la Fig. 4.2, les lois des mailles et des nœuds nous permettent d'écrire directement :

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\phi_{L1}}{L1} \\ \frac{qc1}{C1} \\ \frac{\phi_{L2}}{L2} \\ \frac{qc2}{C2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} E + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} f_{SW1} + \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} e_{SW2} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} f_R$$

Ces mêmes lois nous donnent l'équation des ports externes :

$$\begin{pmatrix} f_S \\ e_{SW1} \\ f_{SW2} \\ e_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\phi_{L1}}{L1} \\ \frac{qc1}{C1} \\ \frac{\phi_{L2}}{L2} \\ \frac{qc2}{C2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ f_{SW1} \\ e_{SW2} \\ f_R \end{pmatrix} \quad (4.35)$$

où  $SW_1$  désigne l'interrupteur et  $SW_2$  la diode. Enfin, nous savons d'après les équations (4.18) et (4.35) que  $f_R = \frac{qc2}{RC2}$ .

Afin d'obtenir  $e_{SW2}$  et  $f_{SW1}$ , nous devons calculer, comme dans le cas précédent, leurs valeurs pour chacune des valeurs de  $\mu$  et en déduire leurs formulations générales. Des équations (4.21) et (4.35) on déduit :

– Pour  $\mu = 1$ ,

$$\begin{cases} e_{SW1} = 0 \\ f_{SW2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} e_{SW2} = -\frac{qc1}{C1} - \frac{qc2}{C2} \\ f_{SW1} = \frac{\phi_{L1}}{L1} - \frac{\phi_{L2}}{L2} \end{cases}$$

– Pour  $\mu = 0$ ,

$$\begin{cases} e_{SW2} = 0 \\ f_{SW1} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} e_{SW1} = \frac{qc1}{C2} + \frac{qc2}{C2} \\ f_{SW2} = \frac{\phi_{L1}}{L1} - \frac{\phi_{L2}}{L2} \end{cases}$$

En déduisant  $e_{SW2} = -\mu(\frac{qC_2}{C_2} + \frac{qC_4}{C_4})$  et  $f_{SW1} = \mu(\frac{\phi_{L1}}{L_1} - \frac{\phi_{L3}}{L_3})$ , le modèle d'état est :

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & -(1-\mu) & 0 & -(1-\mu) \\ 1-\mu & 0 & \mu & 0 \\ 0 & -\mu & 0 & 1-\mu \\ 1-\mu & 0 & -(1-\mu) & -\frac{1}{R} \end{pmatrix} \frac{\partial H}{\partial x} + \begin{pmatrix} E \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.36)$$

Ce modèle aussi être écrit sous la forme simplifiée :

$$\dot{x} = (\mathcal{J} - \mathcal{R}) \frac{\partial H}{\partial x} + \mathcal{E} \quad (4.37)$$

faisant apparaître les matrices :

$$\begin{aligned} -\mathcal{J} &= \begin{pmatrix} 0 & -(1-\mu) & 0 & -(1-\mu) \\ 1-\mu & 0 & \mu & 0 \\ 0 & -\mu & 0 & 1-\mu \\ 1-\mu & 0 & -(1-\mu) & 0 \end{pmatrix} \text{ antisymétrique,} \\ -\mathcal{R} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R} \end{pmatrix} \text{ diagonale,} \\ -\mathcal{E} &= \begin{pmatrix} E \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

#### 4.1.3 Modulation de largeur d'impulsion et modélisation moyenne (PWM)

Nous avons vu que les modèles d'Euler-Lagrange et Hamiltonien sont établis pour le système en commutation. Autrement dit, le vecteur d'état représente les signaux en commutation. Ces modèles ont comme entrées de commande la position du commutateur (0 ou 1). Cependant, le convertisseur est pratiquement commandé par une entrée PWM en faisant varier le rapport cyclique  $d$  tout en gardant la fréquence de commutation fixe. Pour la synthèse de la loi de commande il est préférable de formuler les modèles selon les représentations d'EL et PH équivalentes ayant comme entrée de commande le rapport cyclique  $d$ . La conséquence est que nous nous retrouverons avec un modèle moyen équivalent.

Les formes d'Euler-Lagrange et Hamiltonienne simplifiées et énergétiques, trouvées précédemment, peuvent être réécrites sous la forme :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\mu \quad (4.38)$$

En considérant que la période de commutation  $T$  tend vers 0, le système (4.38) est équivalent à :

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) + g(x(t))u(x(t)) \quad (4.39)$$

où  $x$  est maintenant la valeur moyenne du vecteur d'état. Ce résultat suit le même raisonnement que celui de la section 3.1.2 du chapitre 3. La considération  $T \rightarrow 0$  n'est en fait que la même condition exigée par le principe de la modélisation moyenne du chapitre 1. Cette condition est que la fréquence de commutation tend vers l'infini ou en pratique, qu'elle soit « suffisamment » grande par rapport à la bande passante du convertisseur.

## 4.2 La passivité : principes, théorèmes et méthodes

### 4.2.1 Principes de la passivité

La dissipativité est une propriété des systèmes physiques assimilable aux phénomènes de perte ou de dissipation d'énergie. Un exemple typique de dissipativité pourrait être un circuit électrique dans lequel une partie des énergies magnétiques et électriques serait dissipée sous forme de chaleur par une ou plusieurs résistances. Pour un système mécanique, le phénomène de frottement joue un rôle similaire. Ces différents concepts sont expliqués dans [Kha02], [OLNSR98] et [OGC04].

Afin de définir mathématiquement le phénomène de dissipativité, nous introduisons deux fonctions :

**La vitesse d'injection :** c'est le débit d'arrivée d'énergie vers le système.

**La fonction de stockage :** elle mesure la quantité d'énergie contenue dans le circuit.

Ces fonctions sont reliées par l'inégalité de dissipation, qui exprime que pour un système dissipatif, la vitesse d'injection est supérieure ou égale à l'augmentation de la fonction de stockage au cours du temps. Un système dissipatif ne peut donc pas emmagasiner plus d'énergie qu'il ne lui en est fourni, la différence étant bien sûr l'énergie dissipée.

Pour aborder la passivité, il faudra ensuite introduire les notions d'entrée  $u \in \mathbb{R}^m$  et de sortie  $y \in \mathbb{R}^m$  du système car nous verrons qu'un système sera dit passif s'il est dissipatif pour la vitesse d'injection  $s(u, y) = u^\top y$ . Avant de présenter d'un point de vue mathématique les définitions et propriétés de la passivité, nous allons aborder un exemple simple de système passif afin d'éclaircir ce concept.

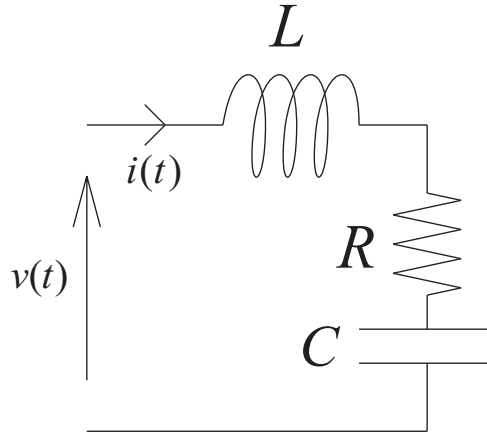


Figure 4.3 – Circuit RLC série

#### 4.2.2 Exemple de système passif : le circuit RLC série

En appliquant la loi de Kirchoff au circuit RLC série de la Fig. 4.3, nous obtenons facilement son comportement dynamique :

$$v(t) = Ri(t) + \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau + L \frac{di(t)}{dt} \quad (4.40)$$

qui nous donne en multipliant le tout par  $i(t)$  :

$$v(t)i(t) - Ri^2(t) = \frac{d}{dt} \left( \underbrace{\frac{1}{2C} \left( \int_0^t i(\tau) d\tau \right)^2}_V + \underbrace{\frac{L}{2} i^2(t)}_T \right) \quad (4.41)$$

$H$

où  $V$ ,  $T$  et  $H$  désignent respectivement l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur  $C$ , l'énergie magnétique emmagasinée dans l'inductance  $L$  et l'Hamiltonien du système. En intégrant l'équation (4.41) de 0 à  $t$ , nous obtenons l'équation de l'équilibre des énergies :

$$\underbrace{\int_0^t v(\tau)i(\tau) d\tau}_{\text{fournie}} - \underbrace{\int_0^t Ri^2(\tau) d\tau}_{\text{dissipée}} = \underbrace{H(t)}_{\text{disponible}} - \underbrace{H(0)}_{\text{initiale}} \quad (4.42)$$

Dans cet exemple, la vitesse d'injection  $v_i$  est la puissance délivrée au réseau RLC par la source externe. Le circuit RLC série est donc très clairement dissipatif par rapport à cette vitesse d'injection. De plus, si nous prenons  $u = v$  comme entrée et  $y = i$  comme sortie (ou inversement), alors le système  $\Sigma : u \mapsto y$  est passif.

### 4.2.3 Définitions et propriétés de la passivité

Même si le concept de passivité d'un système ne requiert pas la définition d'un modèle d'état de celui-ci, dans un but de simplicité, nous allons nous restreindre aux systèmes de la forme :

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{x} = f(x, u), & x(0) = x_0 \in \mathbb{R}^n \\ y = h(x, u) \end{cases} \quad (4.43)$$

avec  $x \in \mathbb{R}^n$  vecteur d'état,  $u \in \mathbb{R}^m$  entrée et  $y \in \mathbb{R}^m$  sortie du système  $\Sigma$ . Nous pouvons alors présenter les définitions mathématiques des concepts précédemment introduits [Kha02].

**Définition 4.1** (Dissipativité). *Le système  $\Sigma$  défini par (4.43) est dissipatif vis-à-vis de la vitesse d'injection  $s(u, y) : \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^m \mapsto \mathbb{R}$  si et seulement s'il existe une fonction de stockage  $\mathcal{H} : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}_+$  telle que*

$$\mathcal{H}(x(T)) \leq \mathcal{H}(x(0)) + \int_0^T s(u(t), y(t)) dt \quad (4.44)$$

$\forall u, T \geq 0$  et  $x_0 \in \mathbb{R}^n$ .

**Définition 4.2** (Passivité).  *$\Sigma$  est passif s'il est dissipatif pour  $s(u, y) = u^\top y$ . Il est à entrée strictement passive (ISP<sup>3</sup>) s'il est dissipatif pour  $s(u, y) = u^\top y - \delta_i \|u\|^2$ , où  $\delta_i > 0$ . Il est à sortie strictement passive (OSP<sup>4</sup>) s'il est dissipatif pour  $s(u, y) = u^\top y - \delta_o \|y\|^2$ , où  $\delta_o > 0$ .*

**Proposition 4.1** (Interconnexion de systèmes passifs). *Soient deux systèmes  $\Sigma_1 : u_1 \mapsto y_1$  et  $\Sigma_2 : u_2 \mapsto y_2$  qui sont interconnectés de manière classique  $u_2 = y_1$  et  $u_1 = -y_2$ . Si  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  sont passifs, alors le système en boucle fermé  $\Sigma : u = (u_1 \ u_2)^\top \mapsto y = (y_1 \ y_2)^\top$  est aussi passif. De plus, s'ils sont à sortie strictement passive, alors  $\Sigma$  l'est aussi.*

Dans cette partie, nous étudions une classe spéciale de systèmes : **les systèmes affines en la commande**.

**Définition 4.3** (Système affine). *Un système  $\Sigma_a$  est affine en  $u$  s'il est de la forme*

$$\Sigma_a : \begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u, & x(0) = x_0 \in \mathbb{R}^n \\ y = h(x) \end{cases} \quad (4.45)$$

où  $g(x) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ .

---

3. De l'anglais *Input Strictly Passive*

4. De l'anglais *Output Strictly Passive*

**Définition 4.4** (Observabilité et détectabilité de l'état zéro). *Nous considérons le système  $\Sigma_a$  de l'équation (4.45) avec une entrée nulle  $u = 0$ . L'état zéro du système  $\Sigma_a$  est observable depuis la sortie<sup>5</sup>  $y(t)$  si  $\forall x_0 \in \mathbb{R}^n$  nous avons  $y(t) \equiv 0 \Rightarrow x(t) \equiv 0$ , et l'état zéro est détectable<sup>6</sup> si  $y(t) \equiv 0 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$ .*

**Proposition 4.2** (Stabilité des systèmes passifs). *Supposons que le système  $\Sigma_a$  de l'équation (4.45) est à sortie strictement passive avec une fonction de stockage  $\mathcal{H}$  semi-définie positive.*

- (i) *Si  $\Sigma_a$  est à état zéro observable, alors  $\mathcal{H}(x) > 0$  pour tout  $x \neq 0$ .*
- (ii) *Si  $\mathcal{H}(x) > 0$  pour tout  $x \neq 0$ ,  $\mathcal{H}(0) = 0$  et  $\Sigma_a$  est à état zéro détectable, alors  $x = 0$  est un état d'équilibre localement asymptotiquement stable de  $\dot{x} = f(x)$ . De plus, si  $\mathcal{H}$  est radialement non bornée, alors la stabilité est globale.*

La démonstration est donnée dans [Kha02].

## 4.2.4 Méthodes de synthèse de lois de commande par passivité

Dans cette section, nous allons introduire d'un point de vue théorique, deux méthodes classiques pour la synthèse de lois de commande, toutes deux fondées sur la passivité :

- la méthode DI<sup>7</sup>
- la méthode IDAPBC<sup>8</sup>.

### 4.2.4.1 Injection d'amortissement (DI)

Considérons un système dont le modèle général d'état, modèle d'Euler-Lagrange, est de la forme :

$$\mathcal{D}\dot{x} - \mathcal{J}x + \mathcal{R}x = \mathcal{E} \quad (4.46)$$

où  $\mathcal{D}$  est diagonale,  $\mathcal{J}$  est antisymétrique et  $\mathcal{R}$  est symétrique semi-définie positive, correspondant au modèle moyen d'Euler-Lagrange. L'objectif de la loi de commande est de réguler la sortie du système à une valeur constante désirée<sup>9</sup>.

La méthodologie de la commande par passivité consiste à rendre la boucle fermée (strictement) passive caractérisée par une fonction de stockage désirée  $\mathcal{H}_d$ . Nous considérons qu'une fonction de stockage du système peut être choisie selon la forme  $\mathcal{H} = \frac{1}{2}x^\top \mathcal{D}x$ , qui s'avère être l'énergie totale du modèle moyen sans

5. En anglais : *Zero State Observable System*

6. En anglais : *Zero State Detectable System*

7. De l'anglais *Damping Injection*

8. De l'anglais *Interconnection and Damping Assignment Passivity-Based Control*

9. La tension aux bornes d'un condensateur ou sa charge selon la définition de  $x$



pertes du convertisseur. Alors nous pouvons proposer comme fonction de stockage désirée :

$$\mathcal{H}_d = \frac{1}{2} \tilde{x}^\top \mathcal{D} \tilde{x} \quad (4.47)$$

où  $\tilde{x} := x - x_d$ <sup>10</sup>, avec  $x_d$  la valeur désirée de  $x$  à définir. Ainsi, en posant dans (4.46) :

- $x = \tilde{x} + x_d$ ,
- $\mathcal{R} = \mathcal{R}_d - \mathcal{R}_{DI}$  où  $\mathcal{R}_d$  représente l'amortissement souhaité,

la dynamique de l'erreur  $\tilde{x}$  du système associée à la fonction de stockage (4.47) sera :

$$\mathcal{D} \dot{\tilde{x}} - \mathcal{J} \tilde{x} + \mathcal{R}_d \tilde{x} = \mathcal{E} - (\mathcal{D} \dot{x}_d - \mathcal{J} x_d + \mathcal{R} x_d) + \mathcal{R}_{DI} \tilde{x} = \Psi \quad (4.48)$$

Cette dynamique est obtenue après avoir injecté l'amortissement nécessaire  $\mathcal{R}_{DI}$  de sorte que  $\mathcal{R}_d = \mathcal{R} + \mathcal{R}_{DI}$  soit symétrique définie positive. Cependant, ayant une matrice d'amortissement définie positive, il est possible de rendre la boucle fermée strictement passive en prenant  $\Psi = 0$ . La dynamique :

$$\mathcal{D} \dot{\tilde{x}} - \mathcal{J} \tilde{x} + \mathcal{R}_d \tilde{x} = 0 \quad (4.49)$$

sera donc exponentiellement stable, car en prenant la dérivée temporelle de  $\mathcal{H}_d$  le long des solutions de (4.49), comme  $\mathcal{J}$  est antisymétrique, nous obtenons :

$$\dot{\mathcal{H}}_d = -\tilde{x}^\top \mathcal{R}_d \tilde{x} \leq -\alpha \mathcal{H}_d < 0 \quad \forall \tilde{x} \neq 0$$

car  $\mathcal{R}_d$  et  $\mathcal{D}$  sont deux matrices diagonales à coefficients positifs. Il suffit alors de fixer  $\Psi \equiv 0$  pour obtenir la dynamique de la loi de commande, ce qui donne :

$$\mathcal{D} \dot{x}_d - \mathcal{J} x_d + \mathcal{R} x_d - \mathcal{R}_{DI} \tilde{x} = \mathcal{E} \quad (4.50)$$

L'équation (4.50) nous donne alors une définition implicite de la loi de commande. Pour en obtenir une définition explicite et comme la commande  $u$  est présente dans la matrice  $\mathcal{J}$  ou le vecteur  $\mathcal{E}$ , nous devons alors résoudre un système de  $n$  équations à  $n + 1$  inconnues. Ainsi, il faudra choisir une des variables d'état du système à fixer afin de pouvoir définir explicitement la loi de commande en  $u$ . Cette façon de procéder sera illustrée dans la suite dans le cadre de l'application aux convertisseurs DC-DC. Nous verrons également que l'application de cette méthode pourra aboutir, selon la variable d'état fixée, à des instabilités de la loi de commande, à l'équilibre ou même à une trop grande complexité, notamment pour les systèmes d'ordre élevé [KPAY06], [OLNSR98], et [RO95].

10. La notation  $:=$  traduit une définition

#### 4.2.4.2 Assignation d'interconnexion et d'amortissement (IDAPBC)

La méthodologie IDAPBC utilise les modèles Hamiltoniens de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x} &= (\mathcal{J}(x) - \mathcal{R}(x)) \frac{\partial H(x)}{\partial x} + g(x)u \\ y &= g^\top(x) \frac{\partial H(x)}{\partial x} \end{cases} \quad (4.51)$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $u \in \mathbb{R}^m$  avec  $m < n$  est la commande,  $H : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}$  est l'énergie totale emmagasinée par le système<sup>11</sup>,  $\mathcal{J}(x)$  antisymétrique et  $\mathcal{R}(x)$  symétrique semi-définie positive sont respectivement les matrices d'interconnexion et d'amortissement naturelles et  $u, y \in \mathbb{R}^m$  sont des variables dont le produit est homogène à une puissance.

**Proposition 4.3.** *Considérons le système affine en  $u$  :*

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (4.52)$$

Supposons qu'il existe des matrices  $g^\perp(x)$ ,  $\mathcal{J}_d(x) = -\mathcal{J}_d^\top(x)$ ,  $\mathcal{R}_d(x) = \mathcal{R}_d^\top(x) \geq 0$  et une fonction  $H_d : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}$  qui vérifient l'équation aux dérivées partielles

$$g^\perp(x)f(x) = g^\perp(x)(\mathcal{J}_d(x) - \mathcal{R}_d(x)) \frac{\partial H_d(x)}{\partial x} \quad (4.53)$$

où  $g^\perp(x)$  est telle que  $g^\perp(x)g(x) = 0$  et  $H_d(x)$  est telle que le point d'équilibre  $x^* \in \mathbb{R}^n$  à stabiliser est un minimum de  $H_d(x)$  sur  $\mathbb{R}^n$ . Alors le système (4.52) en boucle fermée avec  $u = \beta(x)$  où

$$\beta(x) = (g^\top(x)g(x))^{-1}g^\top(x)((\mathcal{J}_d(x) - \mathcal{R}_d(x)) \frac{\partial H_d(x)}{\partial x} - f(x)) \quad (4.54)$$

prend la forme

$$\dot{x} = (\mathcal{J}_d(x) - \mathcal{R}_d(x)) \frac{\partial H_d(x)}{\partial x} \quad (4.55)$$

avec  $x^*$  un point d'équilibre localement stable. Il sera asymptotiquement stable si  $x^*$  est minimum isolé de  $H_d$  sur  $\mathbb{R}^n$  et le seul élément de  $\mathbb{R}^n$  tel que :

$$\left(\frac{\partial H_d(x)}{\partial x}\right)^\top \mathcal{R}_d(x) \frac{\partial H_d(x)}{\partial x} = 0$$

*Démonstration.* Lorsque  $\beta(x)$  de (4.54) est injectée à la place de  $u$  dans (4.52), nous obtenons (4.55), ce qui conduit à l'équation de correspondance :

$$f(x) + g(x)u = (\mathcal{J}_d(x) - \mathcal{R}_d(x)) \frac{\partial H_d(x)}{\partial x} \quad (4.56)$$

---

11. Ou encore l'Hamiltonien du système

En multipliant par  $g^\perp(x)$ , nous retrouvons l'équation aux dérivées partielles (4.53). Nous avons, le long des trajectoires de (4.55) :

$$\dot{H}_d = -\left(\frac{\partial H_d(x)}{\partial x}\right)^\top \mathcal{R}_d(x) \frac{\partial H_d(x)}{\partial x} \leq 0$$

Ainsi,  $H_d(x)$  est une fonction de Lyapunov qui vérifie les conditions de stabilité (asymptotique) requises pour  $x^*$ .  $\square\square\square$

Il est donc clair que la synthèse d'un correcteur par la méthode IDAPBC consiste à trouver :

- les matrices  $g^\perp(x)$ ,  $\mathcal{J}_d(x) = -\mathcal{J}_d^\top(x)$ ,  $\mathcal{R}_d(x) = \mathcal{R}_d^\top(x) \geq 0$
- et une fonction  $H_d : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}$  qui a  $x^*$  comme minimum local ou global <sup>12</sup> sur  $\mathbb{R}^n$

et qui vérifient l'équation aux dérivées partielles (4.53). Il y a au moins trois approches différentes afin de procéder à la résolution de cette équation :

**IDA non paramétrique** Le nom de IDAPBC vient du fait que la première idée a été de fixer, *a priori*, les matrices d'interconnexion  $\mathcal{J}_d(x)$  et de dissipation  $\mathcal{R}_d(x)$  désirées, ainsi que  $g^\perp(x)$ . Ce qui amène alors à une équation aux dérivées partielles en  $H_d(x)$  donnant un ensemble de solutions pour  $H_d(x)$  dont on choisit celle qui aura pour minimum le point d'équilibre désiré  $x^*$ .

**IDA algébrique** Nous pouvons aussi fixer la fonction de stockage d'énergie désirée  $H_d(x)$  et ainsi (4.53) devient une équation algébrique en  $\mathcal{J}_d(x)$ ,  $\mathcal{R}_d(x)$  et  $g^\perp(x)$ .

**IDA paramétrique** Pour certains types de systèmes, il est préférable de restreindre la fonction de stockage d'énergie  $H_d(x)$  à une certaine classe de fonctions. Par exemple, pour un système mécanique, ce sera la somme de l'énergie potentielle qui ne dépend que de la position et de l'énergie cinétique qui est une forme quadratique sur les moments. En donnant une structure à cette fonction  $H_d(x)$ , nous obtiendrons alors une nouvelle équation aux dérivées partielles qui nous fournira des contraintes sur les matrices d'interconnexion et d'amortissement.

Cette méthode a été étudiée de diverses manières dans [DSO08], [OLNSR98] et [OGC04]. Nous verrons lors de son application aux convertisseurs DC-DC que nous pourrions aboutir, suivant la technique choisie parmi les trois approches citées précédemment, à des instabilités de la loi de commande.

12. Suivant le type de stabilité possible ou désirée

## 4.3 Commande des convertisseurs DC-DC par passivité

Dans cette section, nous allons mettre en application les méthodes de synthèse de lois de commande fondées sur la passivité pour trois types différents de convertisseurs DC-DC (Buck, Boost et SEPIC). Nous montrerons alors les performances obtenues avec ces lois de commande en simulation pour chaque type de convertisseurs ainsi que les résultats obtenus expérimentalement pour les convertisseurs Buck et SEPIC, dont des maquettes d'essai spécifiques ont été développées pour ces travaux.

### 4.3.1 Le convertisseur *Buck*

#### 4.3.1.1 Synthèse par "damping injection" (DI)

Le modèle d'état moyen d'Euler-Lagrange pour le convertisseur Buck (Fig. 4.4) est :

$$\begin{pmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{pmatrix} \dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{R} \end{pmatrix} x + u \begin{pmatrix} E \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.57)$$

obtenu en suivant la méthode de modélisation présentée dans la section 4.1.1. L'expression de la loi de commande par la méthode DI (damping injection) de la section 4.2.4.1 nous donne alors le système d'équations suivant, obtenu en exploitant la relation (4.50) :

$$\Psi = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} L\dot{x}_{1d} + x_{2d} - R_1(x_1 - x_{1d}) & = uE \\ C\dot{x}_{2d} - x_{1d} + \frac{1}{R}x_{2d} & = 0 \end{cases} \quad (4.58)$$

pour une matrice :

$$\mathcal{R}_{DI} = \begin{pmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Si nous fixons  $x_{2d} = x_2^*$  avec  $x_2^* = v_{Cd}$  tension de sortie de référence (supposée constante), nous obtenons la loi de commande :

$$u = \frac{v_{Cd} - R_1(x_1 - \frac{v_{Cd}}{R})}{E} \quad (4.59)$$

qui n'est rien d'autre que la loi de commande (4.64), obtenue par la méthode IDAPBC dans la suite, pour laquelle nous aurions fixé  $r_{2d} = \frac{1}{R}$ . Elle n'a donc pas beaucoup d'intérêt et nous verrons que le convertisseur Buck est un cas à prendre à part. En effet, c'est un système à déphasage minimal contrairement à beaucoup d'autres types de convertisseurs (comme le SEPIC par exemple). Pour lesquels,

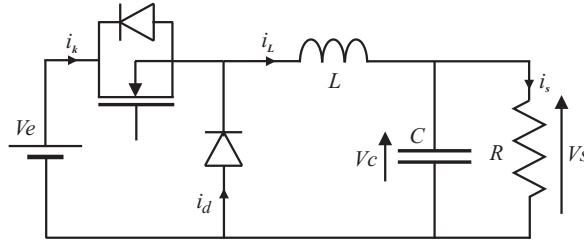


Figure 4.4 – Schéma du convertisseur Buck

comme nous le verrons par la suite, il n'est pas possible de fixer directement la tension de sortie car cela aboutirait à une loi de commande instable.

Par conséquent, une autre manière de procéder est de fixer  $x_{1d}$  au lieu de  $x_{2d}$ , c'est-à-dire, réguler directement le courant. Le modèle d'état moyen (4.57) nous indique qu'à l'équilibre, nous avons  $x_1 = \frac{x_2}{R}$ . Ainsi, nous pouvons essayer de fixer  $x_{1d} = x_1^* = \frac{v_{Cd}}{R}$ . Nous obtenons une autre loi de commande linéaire qui peut être formulée selon l'équation différentielle suivante :

$$\dot{u} + \frac{u}{RC} + \frac{R_1}{L}u = \frac{1}{CE} \left( 1 + \frac{R_1}{R} \right) \frac{v_{Cd}}{R} - \frac{R_1}{RCE}x_1 + \frac{R_1}{EL}x_2 \quad (4.60)$$

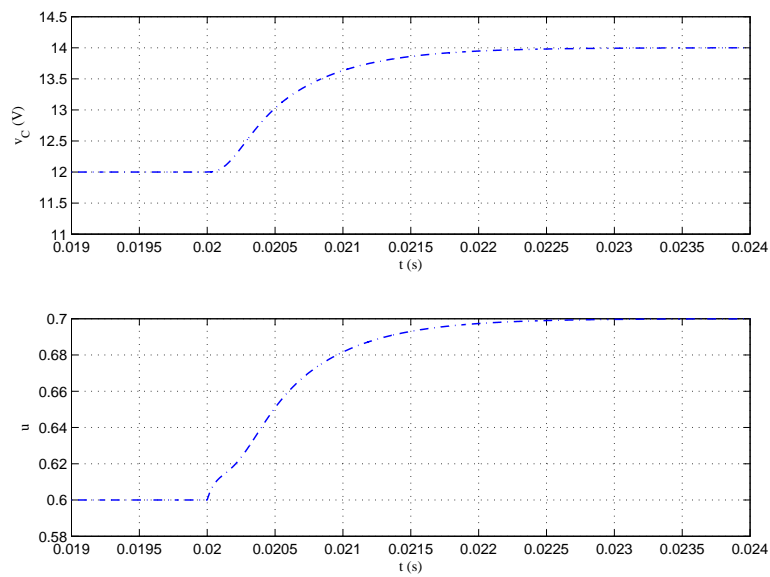
Le modèle du convertisseur Buck étant linéaire, la synthèse de la loi de commande conduit aussi à une forme linéaire. Enfin, on peut aussi noter que la formulation obtenue fait apparaître un retour sur les deux variables d'état (courant et tension). Il peut ainsi être assimilé à un retour d'état dont la commande est filtrée par une fonction du premier ordre de pulsation de brisure  $\omega_b = \frac{1}{RC} + \frac{R_1}{L} \approx \frac{1}{RC}$ .

Nous montrons, sur la Fig. 4.5, les évolutions temporelles de la tension de sortie et du rapport cyclique obtenus en simulation avec cette loi de commande (4.60) sur un convertisseur Buck ayant les paramètres donnés dans le tableau 4.1. Le modèle de simulation a été complété par des filtres de mesure réglés à 2 kHz et la commande réalisée en numérique avec une période d'échantillonnage correspondant à la période de commutation  $T = 50$  microsecondes. Pour ces essais, la référence de la tension de sortie désirée est de 12 V et une variation en échelon de  $v_{Cd} = 12V$  à  $v_{Cd} = 14V$  est imposé à  $t = 20$  ms.

Ces réponses font apparaître une réponse très amortie, cohérente avec les diagrammes de Bode, montrés sur la Fig. 4.6, du système en boucle ouverte avec le régulateur (boucle ouverte au niveau de la grandeur de commande). Ces diagrammes permettent de relever une marge de phase de  $70^\circ$  environ et une marge de gain de 20dB, ce qui justifie la réponse amortie obtenue.

$L$	$C$	$R$	$E$	$F$	$R_1$
$220\mu\text{H}$	$47\mu\text{F}$	$11\Omega$	$20\text{V}$	$20\text{kHz}$	$3\Omega$

Tableau 4.1 – Paramètres du convertisseur Buck

Figure 4.5 – Résultats en simulation obtenus avec la loi de commande "damping injection" en fixant  $x_{1d}$  pour un convertisseur Buck

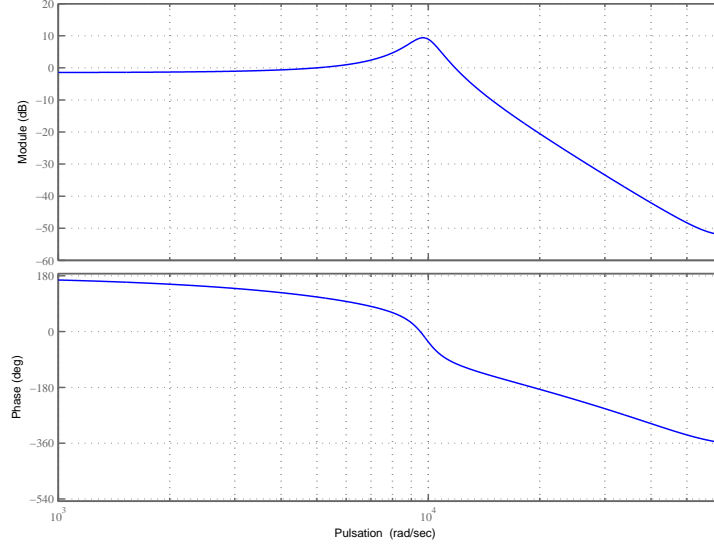


Figure 4.6 – Diagramme de Bode du système en boucle ouverte avec le régulateur DI pour Buck

#### 4.3.1.2 Correction par IDAPBC

Le modèle d'état moyen Hamiltonien est :

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{R} \end{pmatrix} \frac{\partial H}{\partial x} + \mu \begin{pmatrix} E \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.61)$$

d'après la méthode de modélisation présentée dans la section 4.1.2. Pour la synthèse de lois de commande par la méthode IDAPBC, nous avons choisi pour chaque convertisseur l'approche algébrique. La méthode choisie a été de fixer  $H_d(x)$  comme étant l'Hamiltonien du système autour de la position d'équilibre désirée  $x^*$ , c'est à dire  $H_d(x) = \frac{1}{2}(x - x^*)^\top Q(x - x^*)$  (relation (4.47)). Par cette approche nous obtenons alors un système d'équations algébriques en  $\mathcal{J}_d(x)$ ,  $\mathcal{R}_d(x)$  et  $g^\perp(x)$ .

En posant les matrices :

$$\mathcal{J}_d(x) = \begin{pmatrix} 0 & -j_d \\ j_d & 0 \end{pmatrix}$$

et

$$\mathcal{R}_d(x) = \begin{pmatrix} r_{1d} & 0 \\ 0 & r_{2d} \end{pmatrix} > 0$$

nous obtenons le système :

$$\begin{cases} -v_C + u \cdot E &= -r_{1d}(i_L - i_L^*) - j_d(v_C - v_{Cd}) \\ -i_L - \frac{v_C}{R} &= j_d(i_L - i_L^*) - r_{2d}(v_C - v_{Cd}) \end{cases} \quad (4.62)$$

La deuxième relation nous donne :

$$j_d = \frac{Ri_L - v_C + Rr_{2d}(v_C - v_{Cd})}{Ri_L - v_{Cd}} \quad (4.63)$$

et conduit à la loi de commande suivante en l'insérant dans la première relation :

$$u = \frac{v_C - r_{1d}(i_L - \frac{v_{Cd}}{R}) + \frac{(v_C - v_{Cd})(v_C - Ri_L - Rr_{2d}(v_C - v_{Cd}))}{Ri_L - v_{Cd}}}{E} \quad (4.64)$$

Concernant la matrice de dissipation,  $r_{2d}$  représente *logiquement* une conductance tandis que  $r_{1d}$  représente une résistance. En effet, cette dernière se trouve dans la première équation dynamique, obtenue généralement selon les lois de Kirchoff de la boucle de l'inductance  $L$ . En prenant  $r_{2d} = \frac{1}{R}$  et  $r_{1d} = 3\Omega$ , nous avons  $j_d = 1$  et nous obtenons l'expression de la commande suivante (identique à la première loi obtenue par *dumping injection*) :

$$u = \frac{v_{Cd} - r_{1d}(i_L - \frac{v_{Cd}}{R})}{E}$$

La Fig. 4.7 montre les résultats obtenus, évolutions temporelles de la tension de sortie et du rapport cyclique, avec cette loi de commande sur un convertisseur Buck ayant les mêmes paramètres que celui de la section précédente. Afin de faire apparaître l'impact des filtres de mesure et de l'implantation numérique de la commande, sur cette figure le modèle de simulation ne comporte pas les filtres et la loi de commande a été modélisée à temps continu (aux aspects de simulation numérique près). Les évolutions observées attirent les commentaires suivants :

- La présence d'un écart statique sur la réponse expérimentale, toutefois la variation de la tension de sortie est identique à la variation de la consigne (2 volts).
- Un régime transitoire relativement oscillant sur la réponse expérimentale. Si le temps du premier maximum est comparable, l'évolution de la tension de sortie obtenue expérimentalement semble relativement peu amortie comparativement à celle obtenue en simulation.

Les écarts statiques observés sont dus aux biais des capteurs et de la chaîne de mesure et à la résistance équivalente en série avec l'inductance dans la matrice de dissipation du modèle (4.57) qui a été négligée dans la modélisation. La réponse de la tension de sortie présente des oscillations lentement amorties par rapport à la réponse observée en simulation.



Les oscillations observées sont dues d'une part à l'implantation numérique et d'autre part à la mise en place d'un filtre passe bas (à 2 kHz) dans la mesure de courant afin de limiter l'impact des bruits. La Fig. 4.8 montre le diagramme de Bode du système discret en boucle ouverte avec le régulateur obtenu. On peut noter que la pulsation de coupure et celle du mode oscillant du système sont très proches. Nous remarquons une marge de phase assez faible, de l'ordre de  $20^\circ$ , qui explique l'origine des oscillations basse fréquence faiblement amorties.

Les résultats en simulation réalisés avec l'implantation numérique du régulateur, et complété par le filtre de mesure, sont montrés sur la Fig. 4.9. Les résultats obtenus se rapprochent de la réponse expérimentale qui comporte, comme mentionné précédemment, un écart statique en raison du biais dans les capteurs et des incertitudes.

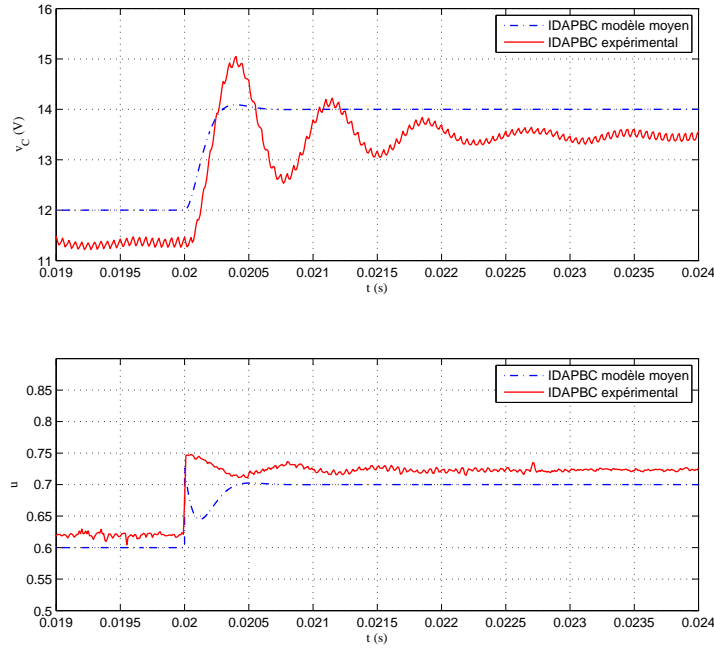


Figure 4.7 – Résultats en simulation et expérimentaux de la loi de commande IDAPBC pour Buck

A titre de comparaison la Fig. 4.10 montre les résultats (tension de sortie, courant dans l'inductance et rapport cyclique) obtenus en simulation avec le modèle moyen non linéaire pour les lois de commande déterminées par la deuxième DI (4.60) et par la loi IDAPBC (4.64) (qui est aussi celle obtenue avec la première loi DI (4.59)). Ces figures attirent les remarques suivantes :

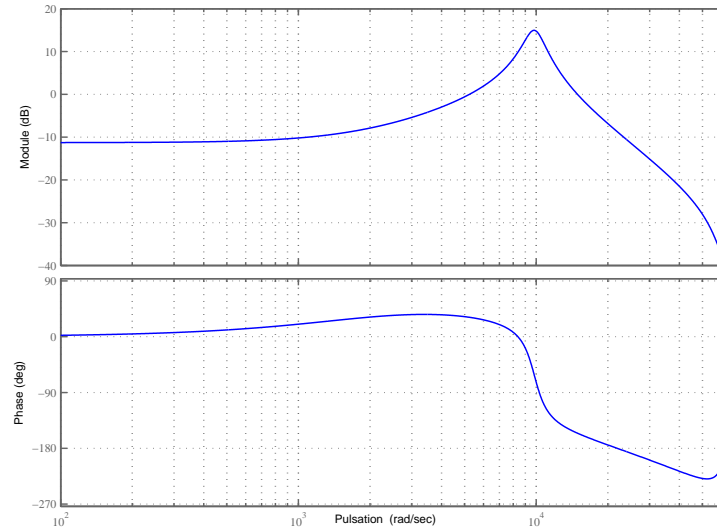


Figure 4.8 – Diagramme de Bode du système discret en boucle ouverte avec le régulateur IDAPBC pour Buck

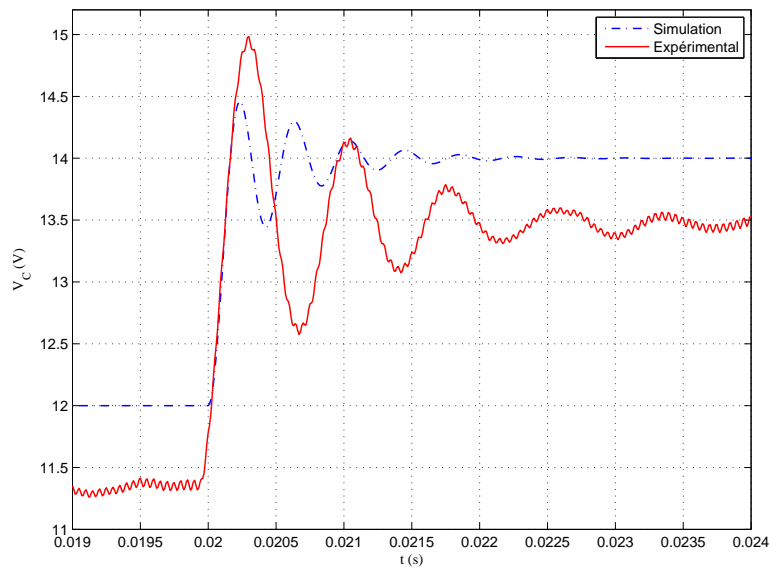


Figure 4.9 – Résultats en simulation du système discret et expérimentaux de la loi de commande IDAPBC pour Buck

- les performances de l'IDAPBC sont meilleures, du point de vue du temps de réponse, pour la tension de sortie ;
- une évolution « plus douce » du courant circulant dans l'inductance avec la commande DI, ce qui est assez logique car cette méthode tend à réguler directement (on se rappellera que cette loi fait intervenir un retour en tension mais aussi en courant) ;
- de plus, nous pouvons distinguer un pic de courant pour la loi de commande IDAPBC qui n'est pas présent dans la commande DI en raison aussi de la régulation directe du courant avec cette méthode.

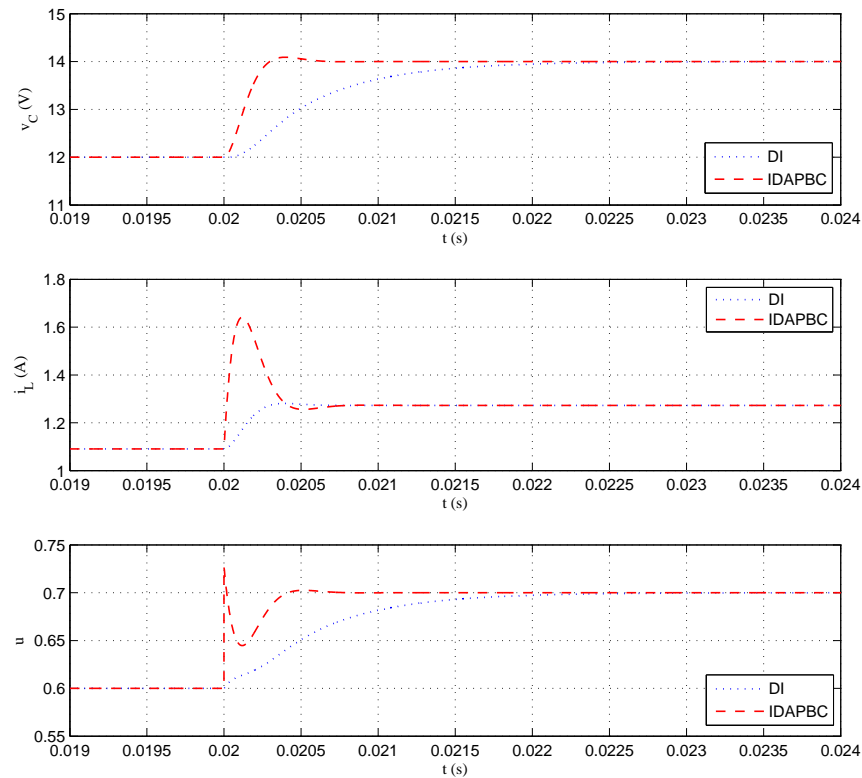


Figure 4.10 – Résultats obtenus en simulation des lois de commande obtenues par DI, en fixant  $x_{1d}$ , et IDAPBC avec le convertisseur Buck

$L$	$C$	$R$	$E$	$F$	$R_1$
$310\mu\text{H}$	$600\mu\text{F}$	$30\Omega$	$12\text{V}$	$200\text{kHz}$	$0,1\Omega$

Tableau 4.2 – Paramètres du convertisseur Boost

### 4.3.2 Le convertisseur *Boost*

#### 4.3.2.1 Correction par "damping injection"

Rappelons que le modèle d'état moyen d'Euler-Lagrange est :

$$\begin{pmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{pmatrix} \dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & -(1-u) \\ 1-u & -\frac{1}{R} \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} E \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.65)$$

d'après l'équation (4.7). La relation donnant la loi de commande par la méthode DI (4.50) conduit alors au système d'équations :

$$\Psi = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} L\dot{x}_{1d} + (1-u)x_{2d} - R_1(x_1 - x_{1d}) = E \\ C\dot{x}_{2d} - (1-u)x_{1d} + \frac{1}{R}x_{2d} = 0 \end{cases} \quad (4.66)$$

pour une matrice

$$\mathcal{R}_{DI} = \begin{pmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Comme indiqué dans [OLNSR98] et confirmé en simulation, si nous fixons  $x_{2d} = x_2^*$  avec  $x_2^* = v_{Cd}$  tension de sortie désirée constante, ce choix conduit à une loi de commande instable. Cependant, le modèle d'état moyen (4.65) nous indique aussi qu'à l'équilibre, nous avons  $x_1 = \frac{x_2^2}{ER}$ . Ainsi, nous pouvons essayer de fixer  $x_{1d} = x_1^* = \frac{v_{Cd}^2}{ER}$ . Ce qui donne une loi de commande non linéaire de la forme :

$$\dot{u} = \frac{1-u}{C(E + R_1(x_1 - x_1^*))} \left( (1-u)^2 x_1^* - \frac{E + R_1(x_1 - x_1^*)}{R} - \frac{R_1 C}{L} (E - (1-u)x_2) \right)$$

Cette loi est stable puisque pour  $x = (x_1^* \ v_{Cd})^\top$ ,  $\dot{u} = 0$  et  $\frac{\partial \dot{u}}{\partial u} < 0$ .

Les simulations pour la loi de commande (4.60) sont effectuées sur un convertisseur Boost ayant les paramètres donnés dans le tableau 4.2, et où la tension de sortie désirée fait un échelon de  $v_{Cd} = 24\text{V}$  à  $v_{Cd} = 30\text{V}$ .

### 4.3.2.2 Correction par IDAPBC

Rappelons que le modèle d'état Hamiltonien moyen, pour cette topologie de convertisseur, est :

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & -(1-u) \\ 1-u & -\frac{1}{R} \end{pmatrix} \frac{\partial H}{\partial x} + \begin{pmatrix} E \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.67)$$

d'après l'équation (4.29). Pour ce modèle (4.67), et en posant les matrices :

$$J_d(x) = \begin{pmatrix} 0 & -j_d \\ j_d & 0 \end{pmatrix}$$

et

$$\mathcal{R}_d(x) = \begin{pmatrix} r_{1d} & 0 \\ 0 & r_{2d} \end{pmatrix} > 0$$

nous obtenons le système d'équations :

$$\begin{cases} (u-1)v_C + E &= -r_{1d}(i_L - i_L^*) - j_d(v_C - v_{Cd}) \\ (1-u)i_L - \frac{v_C}{R} &= j_d(i_L - i_L^*) - r_{2d}(v_C - v_{Cd}) \end{cases} \quad (4.68)$$

En prenant  $r_{2d} = \frac{1}{R}$ , nous obtenons la loi de commande (4.69), où nous choisissons  $r_{1d} = 0,3 \, \Omega$ .

$$u = -\frac{r_{1d}(v_{Cd}^2 - i_L RE)^2 + RE((-1 + Rr_{2d})u_C^2 E + \dots}{Rv_{Cd}E(-v_C v_{Cd} + i_L RE)} \quad (4.69)$$

$$\frac{\dots E(-v_{Cd}(i_L R + v_{Cd} - Rr_{2d}v_{Cd}) + i_L RE) + \dots}{Rv_{Cd}E(-v_C v_{Cd} + i_L RE)}$$

$$\frac{\dots u_C v_{Cd}(v_{Cd} + E - 2Rr_{2d}E)}{Rv_{Cd}E(-v_C v_{Cd} + i_L RE)}$$

En réponse à une variation de consigne de 6 volts, la Fig. 4.11 montre les réponses temporelles obtenues en simulation (tension de sortie, courant dans l'inductance et rapport cyclique), sur le modèle moyen bilinéaire, pour les lois de commande obtenues par DI (4.3.2.1) et par IDAPBC. Ces réponses attirent les remarques suivantes :

- comme précédemment pour le convertisseur Buck, la loi de commande obtenue par la synthèse IDAPBC conduit à un temps de réponse plus rapide que celle obtenue par la synthèse DI ;
- la meilleure dynamique obtenue avec la loi de commande IDAPBC se traduit logiquement par un pic de courant dans l'inductance, assez important dans ce cas, contrairement à la loi DI ;

- d’une manière comparable à celle du convertisseur Buck la loi de commande DI tend à réguler le courant dans l’inductance, d’où une évolution plus douce du courant dans le cas d’une régulation avec cette commande.
- la commande (rapport cyclique), dans le cas de la loi IDAPBC, atteint la saturation en régime transitoire.

Un autre réglage des paramètres peut permettre d’affiner les résultats obtenus.

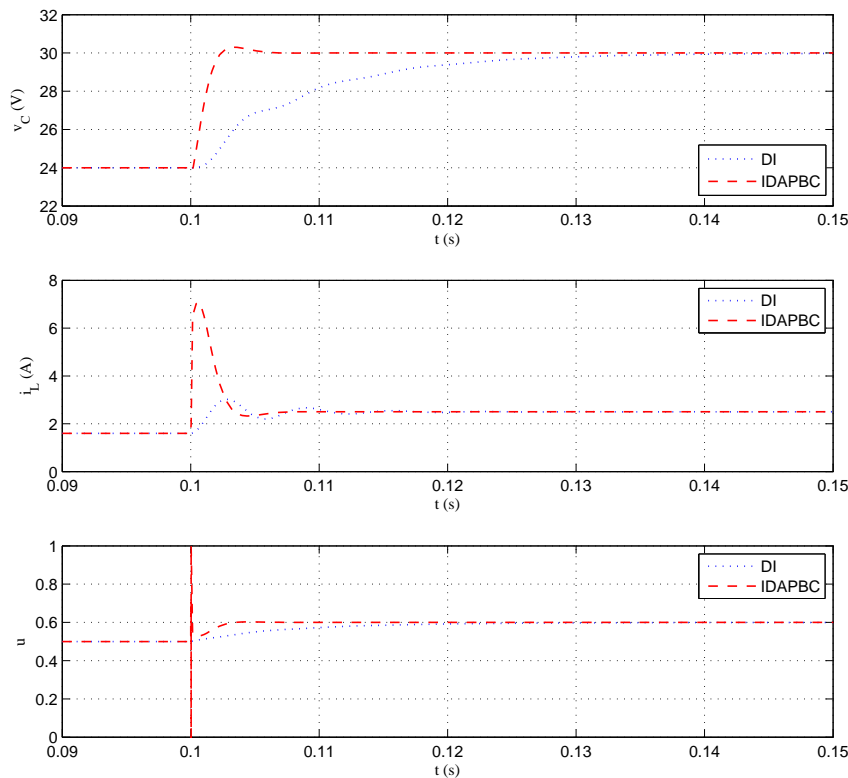


Figure 4.11 – Simulations des lois de commande obtenues par DI et IDAPBC avec le convertisseur Boost

### 4.3.3 Le convertisseur SEPIC

La synthèse des lois de commande par les méthodes DI et IDAPBC telles qu’elles ont été appliquées précédemment aux convertisseurs Buck et Boost, ne donne pas des résultats satisfaisants pour les convertisseurs d’ordre élevé. En effet, les lois de commandes obtenues sont parfois instables ou bien, leurs expressions

analytiques ne peuvent pas être obtenues explicitement en raison de l'explosion du choix pour les paramètres des lois de commande, c'est-à-dire des termes des matrices  $\mathcal{J}_d$  et  $\mathcal{R}_d$ . Suite à cette analyse, nous proposons deux stratégies de synthèse de la loi de commande différentes pour le convertisseur SEPIC. Elles s'appuient plus fortement sur les propriétés fondamentales de la passivité.

#### 4.3.3.1 Correction par IDAPBC modifiée

Considérons le modèle Hamiltonien du SEPIC (4.36). Pour des raisons de cohérence des expressions, nous allons redistribuer les variables dans le vecteur d'état. En prenant  $x = (\phi_{L_1} \ \phi_{L_2} \ q_{C_1} \ q_{C_2})^\top$  le modèle Hamiltonien devient :

$$\dot{x} = (\mathcal{J}(u) - \mathcal{R}) \frac{\partial H}{\partial x} + \mathcal{E} \quad (4.70)$$

avec

$$H(x) = \frac{1}{2L_1} \phi_{L_1}^2 + \frac{1}{2L_2} \phi_{L_2}^2 + \frac{1}{2C_1} q_{C_1}^2 + \frac{1}{2C_2} q_{C_2}^2 = \frac{1}{2} x^\top Q x$$

$$Q = \begin{pmatrix} \frac{1}{L_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_2} \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{J}(u) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -(1-u) & -(1-u) \\ 0 & 0 & -u & 1-u \\ 1-u & u & 0 & 0 \\ 1-u & -(1-u) & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{R} = \begin{pmatrix} r_{L_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_{L_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R} \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{E} = \begin{pmatrix} V_e \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Cependant, afin de synthétiser la loi de commande par passivité PBC, le modèle non linéaire incrémental est utilisé avec sa forte propriété de passivité [JOGCC07], [SV92]. Le modèle incrémental consiste à établir la dynamique de l'erreur, il est donc obtenu à partir de la référence ou de la trajectoire désirée pour le vecteur d'état.

Soient  $x^*$  et  $u^*$  respectivement le vecteur d'état et l'entrée de commande à l'équilibre et prenons  $e = x - x^*$  puis  $\delta u = u - u^*$ . Les expressions de ces variables peuvent être déduites du régime d'équilibre de (4.70) et peuvent s'écrire en fonction de  $V_e$ ,  $r_{L_1}$ ,  $r_{L_2}$ ,  $R$  et de la tension de référence  $V_{ref}$  pour la tension de sortie. En considérant  $V_e$  constante, nous obtenons :

$$\dot{e} = (\mathcal{J}(u^*) - \mathcal{R})Qe + (\mathcal{J}(u^* + \delta u) - \mathcal{J}(u^*))Q(e + x^*) \quad (4.71)$$

$$= (\mathcal{J}(u^*) - \mathcal{R})Qe + \bar{\mathcal{J}}(\delta u)Q(e + x^*) \quad (4.72)$$

où

$$\bar{\mathcal{J}}(\delta u) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \delta u & \delta u \\ 0 & 0 & -\delta u & -\delta u \\ -\delta u & \delta u & 0 & 0 \\ -\delta u & \delta u & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Puisque  $\bar{\mathcal{J}}(\delta u) = \bar{\mathcal{J}}(1)\delta u$ , (4.72) peut être réécrite comme :

$$\dot{e} = (\mathcal{J}(u^*) - \mathcal{R})Qe + B(x)\delta u \quad (4.73)$$

avec

$$B(x) = \bar{\mathcal{J}}(1)Q \underbrace{(e + x^*)}_x = \begin{pmatrix} \frac{x_3}{C_1} + \frac{x_4}{C_2} \\ -(\frac{x_3}{C_1} + \frac{x_4}{C_2}) \\ \frac{x_2}{L_2} - \frac{x_1}{L_1} \\ \frac{x_2}{L_2} - \frac{x_1}{L_1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ -a \\ b \\ b \end{pmatrix} \quad (4.74)$$

La fonction de stockage Hamiltonienne est maintenant  $H = \frac{1}{2}e^\top Qe$ , qui est clairement définie positive d'après l'expression de la matrice  $Q$ . Connaissant  $u^*$ , l'objectif est donc de trouver  $\delta u$  selon une stratégie de commande assurant que  $e$  est bornée et  $\lim_{t \rightarrow \infty} e = 0$ .

Concernant la loi de commande, nous proposons une version modifiée de l'approche IDAPBC [OGC04], [DSO08]. Elle est semblable à celle de [SS09] appliquée au convertisseur Ćuk et celle de [LFRSR10], appliquée à une combinaison convertisseur Boost/moteur à courant continu. Ici, elle est adaptée au cas du convertisseur SEPIC. De plus, elle est en quelque sorte proche de l'approche DI car elle consiste également à injecter un certain amortissement à travers la loi de commande dans le système en boucle fermée afin de refaçonner l'amortissement existant pour obtenir celui désiré. Cependant, la différence est que **l'amortissement total devient dépendant du vecteur d'état et est donc variable**. Le défi qui en résulte est d'assurer que la matrice  $\mathcal{R}$  finale soit définie positive  $\forall x$ , en vue d'obtenir un système globalement asymptotiquement stable. Si cela n'a pas été difficile dans les applications des deux travaux cités, dans le cas du convertisseur SEPIC cette synthèse s'avère plus difficile en raison de la complexité du modèle.



La matrice  $\mathcal{R}$  en boucle ouverte est semi-définie positive. L'injection d'amortissement est réalisée en utilisant la relation suivante :

$$\delta u_{DI} = -k_{DI} B^\top(x) Q e = -k_{DI} \left( a \left( \frac{e_1}{L_1} - \frac{e_2}{L_2} \right) + b \left( \frac{e_3}{C_1} + \frac{e_4}{C_2} \right) \right) \quad (4.75)$$

En prenant  $\delta u = \delta u_{DI}$ , la matrice de dissipation globale devient alors  $\mathcal{R}' = \mathcal{R} + k_{DI} B(x) B^\top(x)$ . Une matrice  $\mathcal{R}' > 0$  garantit la stabilité asymptotique globale, car en prenant la fonction de stockage  $H$  comme une fonction de Lyapunov candidate, sa dérivée par rapport au temps devient  $\dot{H} = -e^\top (Q \mathcal{R}' Q) e < 0$ .

Cependant, il est toujours recommandé qu'une action intégrale soit ajoutée à la loi de commande afin de tenir compte des incertitudes des capteurs ou du modèle. Ceci n'est pas possible, dans ce cas, car un terme intégral exact sur l'erreur ne conduit pas à une matrice d'amortissement définie positive. Une solution est d'ajouter un cinquième état ayant une dynamique de premier ordre et donc une action intégrale partielle ce qui correspond à une approximation de l'intégrale pour les pulsations au-delà de la pulsation de brisure du terme du premier ordre. Ceci se traduit par l'ajout d'un terme  $\delta u_{int}$  contenant le cinquième état pour la loi de commande. Soit  $\delta u_{int} = -k_{int} \xi_{int}$ , où :

$$\dot{\xi}_{int} + k_\xi k_{int} \xi_{int} = \frac{e_4}{C_2} \quad (4.76)$$

La division par  $C_2$  est ajoutée pour avoir la dynamique de  $v_{C_2} = v_s$  et non pas  $x_4$ , puisque l'objectif est d'éliminer l'erreur sur la tension de sortie. L'expression de la loi de commande devient donc :

$$\begin{aligned} u &= u^* + \delta u_{DI} + \delta u_{int} \\ &= u^* - k_{DI} B^\top(x) Q e - k_{int} \xi_{int} \end{aligned} \quad (4.77)$$

La dynamique du système étendu en boucle fermée devient alors :

$$\begin{pmatrix} \dot{e} \\ \dot{\xi}_{int} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \mathcal{J}(u^*) - (\mathcal{R} + k_{DI} B(x) B^\top(x)) & B(x) \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -k_\xi \end{pmatrix}}_{\mathcal{A}_{CL}} Q e \begin{pmatrix} e \\ \xi_{int} \end{pmatrix} \quad (4.78)$$

où

$$Q e = \begin{pmatrix} \frac{1}{L_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{int} \end{pmatrix} > 0$$

si  $k_{int} > 0$ .

Néanmoins, la forme précédente ne donne pas d'informations sur les propriétés de passivité et donc les propriétés du système étendu doivent être re-vérifiées. En utilisant le vecteur d'état étendu  $e_e = (e \ \xi_{int})^\top$ , la nouvelle fonction de stockage devient  $H_e(e_e) = \frac{1}{2}(e^\top Qe + k_{int}\xi_{int}^2) = \frac{1}{2}e_e^\top Q_e e_e$  et  $\dot{e}_e = \mathcal{A}_{CL} \frac{\partial H_e(e_e)}{\partial e_e}$ . Ainsi,  $\mathcal{A}_{CL}$  doit être décomposée en une différence d'une matrice antisymétrique (interconnexion) et une matrice définie positive (amortissement).

Soit  $\mathcal{J}_{CL} = \frac{1}{2}(\mathcal{A}_{CL} - \mathcal{A}_{CL}^\top)$  et  $\mathcal{R}_{CL} = -\frac{1}{2}(\mathcal{A}_{CL} + \mathcal{A}_{CL}^\top)$ , nous avons :

$$\dot{e}_e = (\mathcal{J}_{CL} - \mathcal{R}_{CL}) \frac{\partial H_e(e_e)}{\partial e_e} \quad (4.79)$$

(4.79) est maintenant un modèle PH avec  $\mathcal{J}_{CL}$  comme la matrice d'interconnexion et  $\mathcal{R}_{CL}$  celle d'amortissement. Comme nous pouvons le constater,  $\mathcal{R}_{CL}$  dépend du vecteur d'état étendu  $e_e$  par le biais de  $B(x)$ . Si la condition  $\mathcal{R}_{CL} > 0 \forall e_e$  est assurée, la dérivée temporelle de la nouvelle fonction de Lyapunov candidate  $H_e(e_e)$  devient  $\dot{H}_e = -e_e^\top (Q_e \mathcal{R}_{CL} Q_e) e_e < 0$ , ce qui prouve la stabilité asymptotique globale. Afin de garantir cette condition (définie positive), le critère de Sylvester<sup>13</sup> est utilisé. Nous obtenons, en appliquant ce critère, les nouvelles conditions de stabilité :

$$\begin{cases} k_{DI} > 0 \\ k_{int} > 0 \\ k_\xi > \frac{1}{4}(R + \frac{1}{k_{DI}}) \end{cases} \quad (4.80)$$

Cette stratégie de commande nécessite donc le réglage de trois gains ( $k_{DI}$ ,  $k_{int}$  et  $k_\xi$ ). Le réglage le plus important est celui qui assure (4.80). Il est évident que ce choix n'est pas compliqué, car il exige deux gains positifs et une dernière condition qui est facile à garantir parce que la valeur physique maximale de  $R$  est pratiquement connue. Le second réglage est d'essayer d'améliorer les performances du régulateur sous réserve, bien sûr, de satisfaire (4.80).

La Fig. 4.12 montre les résultats (tension de sortie et rapport cyclique) obtenus en simulation et expérimentaux pour une tension de consigne  $V_{ref} = 20$  V et un échelon  $\Delta V_{ref} = 2$  V. Le dimensionnement du convertisseur utilisé a été effectué pour les valeurs données dans le tableau 4.3 et les paramètres de réglage sont donnés dans le tableau 4.4.

Ces réponses mettent en évidence un temps de réponse de l'ordre de 8 ms avec un comportement dynamique bien amorti.

13. Le critère de Sylvester exprime que pour qu'une matrice de dimension  $n \times n$ , réelle symétrique ou complexe hermitienne, soit définie positive, il faut et suffit que les  $n$  mineurs principaux dominants soient strictement positifs.

$r_{L_1}$	$r_{L_2}$	$L_1$	$L_2$	$C_1$	$C_2$	$R$	$E$	$F$
$1,7\Omega$	$0,5\Omega$	$2,3\text{mH}$	$330\mu\text{H}$	$190\mu\text{F}$	$190\mu\text{F}$	$22\Omega$	$20\text{V}$	$20\text{kHz}$

Tableau 4.3 – Valeurs des composants du convertisseur SEPIC

$k_{DI}$	$k_{int}$	$k_\xi$
$10^{-3}$	50	$\frac{1}{4}(R + \frac{1}{k_{DI}}) + 1000$

Tableau 4.4 – Paramètres de réglage pour le convertisseur SEPIC

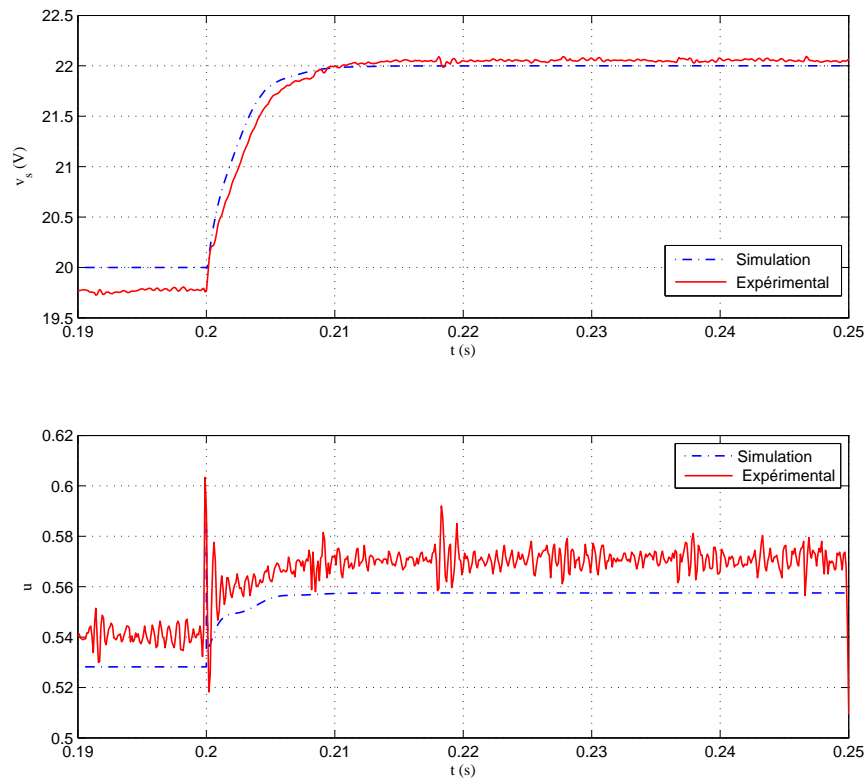


Figure 4.12 – Résultats en simulation et expérimentaux avec la loi IDAPBC modifiée pour le convertisseur SEPIC

#### 4.3.3.2 Correction PI passive

Cette stratégie de commande s'applique à une classe de modèles Hamiltoniens de la forme :

$$\dot{x} = \left( \mathcal{J}_0 + \sum_{i=1}^m \mathcal{J}_i u_i - \mathcal{R} \right) \nabla H(x) + \mathcal{E} \quad (4.81)$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$  et  $u \in \mathbb{R}^m$  est le rapport cyclique [HGOcLLE10]. L'énergie totale emmagasinée dans les inductances et condensateurs est :

$$H(x) = \frac{1}{2} x^\top Q x, \quad Q = Q^\top > 0 \quad (4.82)$$

$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}$ ,  $\mathcal{J}_i = -\mathcal{J}_i^\top \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $i \in \{0\} \cup \bar{m} := \{1, \dots, m\}$  sont les matrices d'interconnexion,  $\mathcal{R} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\mathcal{R} = \mathcal{R}^\top \geq 0$  est la matrice de dissipation et  $\mathcal{E} \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur des entrées exogènes. Le modèle incrémental, c'est-à-dire en prenant comme variables d'état les écarts par rapport au régime permanent, est aussi utilisé pour cette approche de la commande.

**Proposition 4.4.** Prenons le système commuté (4.81). Soit  $x^* \in \mathbb{R}^n$  un point d'équilibre admissible qui satisfait :

$$0 = \left( \mathcal{J}_0 + \sum_{i=1}^m \mathcal{J}_i u_i^* - \mathcal{R} \right) Q x^* + \mathcal{E} \quad (4.83)$$

pour  $u^* \in \mathbb{R}^m$ . Définissons l'entrée de commande incrémentale :

$$\tilde{u} := u - u^*$$

et la sortie :

$$y = Cx$$

où

$$C := - \begin{bmatrix} (x^*)^\top Q \mathcal{J}_1 Q \\ \vdots \\ (x^*)^\top Q \mathcal{J}_m Q \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{m \times n} \quad (4.84)$$

**1.** L'application  $\tilde{u} \rightarrow y$  est passive. Plus précisément, le système vérifie l'inégalité de dissipation suivante :

$$\dot{H} \leq y^\top \tilde{u} \quad (4.85)$$

ayant comme fonction de stockage :

$$\begin{aligned} H &: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+ \\ H(\tilde{x}) &= \frac{1}{2} \tilde{x}^\top Q \tilde{x} \end{aligned} \quad (4.86)$$

où  $\tilde{x} := x - x^*$ .

2. La boucle fermée obtenue à partir de la sortie passive  $y$  par le régulateur PI :

$$\begin{aligned} \dot{w} &= y \\ u &= -K_p y - K_i w \end{aligned} \quad (4.87)$$

où  $K_p = K_p^\top > 0, K_i = K_i^\top > 0$ , assure que le point d'équilibre :

$$(x, w) = (x^*, -K_i^{-1} u^*)$$

est globalement asymptotiquement stable si  $y$  est détectable, c'est-à-dire, si pour chaque trajectoire  $(x(t), w(t))$  solution de la boucle fermée, l'implication suivante est vraie :

$$y(t) \equiv 0 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = x^*, \lim_{t \rightarrow \infty} w(t) = -K_i^{-1} u^* \quad (4.88)$$

$y$  ici ne désigne pas la sortie régulée mais la sortie passive. La démonstration de cette proposition est faite en prenant comme fonction de Lyapunov candidate  $V(x(t), w(t)) = \frac{1}{2} \tilde{x}^\top Q \tilde{x} + \frac{1}{2} \tilde{w}^\top K_i \tilde{w}$ . Elle est donnée en détails dans [HGOcLLE10]. Nous ne l'illustrons pas ici car nous proposons dans le chapitre 5 un observateur pour estimer l'état exigé par la loi de commande et une preuve de stabilité globale avec l'observateur. Dans le cas du convertisseur SEPIC,  $m = 1$  et la condition de détectabilité est vérifiée, car en calculant  $y = Cx$  nous obtenons :

$$\begin{aligned} C &= \left( \frac{x_3^*}{L_1 C_1} + \frac{x_4^*}{L_1 C_2} - \frac{x_3^*}{L_2 C_1} - \frac{x_4^*}{L_2 C_2} - \frac{x_1^*}{L_1 C_1} + \frac{x_2^*}{L_2 C_1} - \frac{x_1^*}{L_1 C_2} + \frac{x_2^*}{L_2 C_2} \right) \\ y &= \left( \frac{x_3^* x_1 - x_1^* x_3}{L_1 C_1} \right) + \left( \frac{x_4^* x_1 - x_1^* x_4}{L_1 C_2} \right) + \left( \frac{x_2^* x_3 - x_3^* x_2}{L_2 C_1} \right) + \left( \frac{x_2^* x_4 - x_4^* x_2}{L_2 C_2} \right) \end{aligned}$$

Si  $y \equiv 0$ , nous ne pouvons qu'avoir  $x = x^*$  et donc  $w(t) = -K_i^{-1} u^*$ .

La Fig. 4.13 montre les résultats (en simulation et expérimentaux) obtenus pour une tension de consigne  $V_{ref} = 20$  V et un échelon  $\Delta V_{ref} = 2$  V (mêmes conditions d'essai que dans le cas de la stratégie IDAPBC) pour un réglage du régulateur PI :  $K_p = 0,001$  et  $K_i = 5$ . Le réglage des gains du régulateur PI est relativement simple, la seule condition exigée est qu'ils soient positifs afin d'assurer la stabilité. Leur choix peut être affiné afin d'assurer un certain niveau de performances, par exemple en utilisant un modèle linéarisé (en évaluant par exemple les marges de stabilité autour d'un point d'équilibre).

Au regard des deux stratégies de commande présentées pour le convertisseur SEPIC (Fig. 4.12 et 4.13), les remarques suivantes peuvent être effectuées :

- on note la présence d'un écart statique pour les résultats expérimentaux qui est dû à un biais dans les capteurs ;

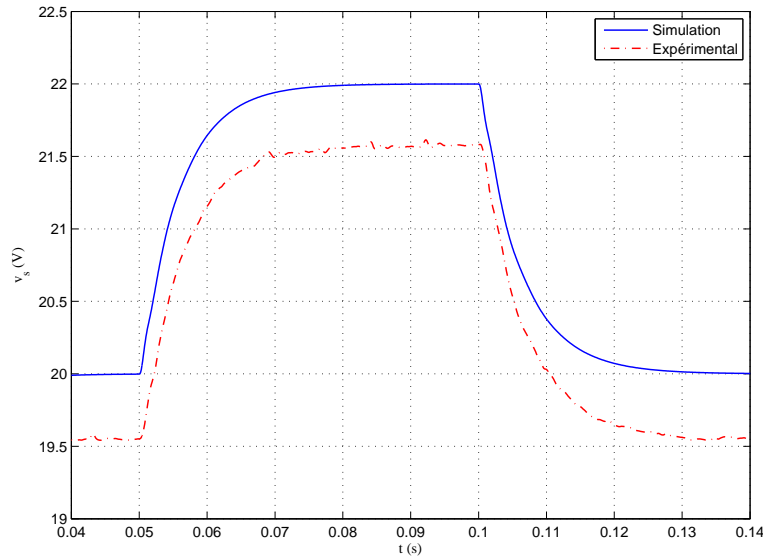


Figure 4.13 – Résultats en simulation et expérimentaux pour le convertisseur SEPIC avec le régulateur PI passif

- la loi de commande IDAPBC présente de meilleures performances en termes de temps de réponse 20 ms avec le régulateur PI passif et environ 8 ms avec la commande IDAPBC ;
- le niveau d’amortissement des deux réponses est comparable ;
- la commande PI est une commande « linéaire (d’après l’expression  $y = Cx$  et celui du régulateur PI) ».
- une loi de commande de type « régulateur PI passif » est plus facile à utiliser du point de vue de la conception et du réglage de ces paramètres.

## 4.4 Conclusions

Au cours de ce chapitre ont été étudiées différentes méthodes de modélisation et commande par approches énergétiques de systèmes physiques. Elles ont été appliquées à différents types de convertisseurs DC-DC.

Grâce aux outils de la passivité et aux différentes méthodes de synthèse associées, les lois de commande obtenues permettent de garantir une stabilité globale dans l’ensemble du domaine de fonctionnement considéré. Les lois de commande obtenues par ces approches et les outils méthodologiques ont été validées en simulation sur différents types de convertisseurs et implantés expérimentalement

sur un convertisseurs *SEPIC*.

Les résultats obtenus ont été plutôt satisfaisants en termes de stabilité et temps de réponse, notamment avec les lois de commandes issues des dernières méthodes (IDAPBC et PI passif) que nous avons proposées et testées sur le *SEPIC*, en prenant en compte les éléments résistifs conduisant à des pertes dans le circuit. Une modification de l'approche « classique » de synthèse de la loi de commande IDAPBC a été proposée en vue de satisfaire les conditions de stabilité plus contraignantes pour les convertisseurs d'ordre plus élevé comme le *SEPIC*.

Comme il a été mis évidence dans le cas particulier du Buck, pour une même approche de la commande, le choix de la variable d'état fixée dans le calcul explicite de la loi de commande peut conduire à des formulations et des performances diverses. On peut aussi noter que cette approche de la commande n'introduit pas de critères explicites sur les performances dynamiques qui sont à valider a posteriori.

Les démonstrations mathématiques précises de stabilité n'ont pas encore été présentées et seuls des tests de variation de consigne ont été effectués pour confirmer la synthèse théorique. Les preuves mathématiques de stabilité globale seront données dans le chapitre suivant. En effet, l'implantation des lois de commande synthétisées nécessite d'avoir accès à l'état complet du système et à la valeur de la charge en temps réel (on peut noter que la résistance de charge  $R$  intervient dans l'expression des lois de commande). Cela conduit à la mise place non seulement d'un observateur permettant d'obtenir l'état, mais aussi d'un estimateur de charge. Dans le chapitre portant sur la commande par modes glissants, chapitre 3, un observateur non linéaire par modes glissants a été proposé mais sans reconstitution de la charge.

Pour pallier ce problème, nous proposons, dans le chapitre 5, des méthodes systématiques pour la synthèse des observateurs et d'un estimateur de charge en utilisant le principe d'immersion et invariance. Ces derniers sont utilisés en association avec les lois de commande IDAPBC et régulation PI passif, appliquées dans ce cas sur un convertisseur *SEPIC*, ce qui conduit, au final, à des lois de commande adaptatives. Nous donnerons alors les preuves de stabilité après avoir intégré les observateurs et l'estimateur de charge. Des essais complémentaires seront de plus effectués afin de confirmer les approches théoriques. Enfin une comparaison portera également sur les lois de commande par passivité et celle par modes glissants présentée au chapitre 3 afin de conclure sur l'efficacité des approches proposées.

## Chapitre 5

# Observation et estimation par immersion et invariance

*Beaucoup de lois de commande non linéaires efficaces nécessitent l'accès aux variables d'état et à certains paramètres du système qui sont souvent inconnus et qui varient dans le temps. Dans le cas des convertisseurs DC-DC, la charge (considérée résistive dans ces travaux) est le paramètre inconnu le plus important et influant. La tension d'alimentation, également variable et modifiant le point de fonctionnement, est plus facilement accessible à la mesure. Dans la plupart des travaux cités précédemment, le vecteur d'état a toujours été censé être mesurable, et la charge connue. Ceci peut être réalisé en quelque sorte pour un circuit prototype, mais sa mise en œuvre pratique dans les applications réelles est assez compliquée. Par conséquent, plusieurs techniques d'observateurs linéaires et non linéaires ont été proposées [RG06]. Chaque technique non linéaire a sa complexité et son applicabilité sur une famille particulière de modèles non linéaires. Dans le chapitre 3, un observateur par modes glissants (SMO) a également été proposé pour estimer ou observer le vecteur d'état exigé par l'expression de la loi de commande. Malgré ses bonnes performances, la mise en place d'un estimateur de charge n'a pas donné des résultats satisfaisants.*

*En utilisant le principe d'immersion et invariance (I&I) [AKO08], un observateur d'état, nécessitant comme seule mesure la tension de sortie, et un estimateur de charge sont proposés dans ce chapitre pour être intégrés avec les lois de commande de type PBC présentées au chapitre 4 sur la commande du convertisseur SEPIC. Le vecteur d'état et la charge sont ainsi estimés et une preuve de la stabilité globale du système complet (comportant la loi de commande, l'observateur et l'estimateur) est établie. Plus précisément, un observateur est proposé pour chacune des lois de commande IDAPBC et « régulateur PI passif » sur le convertisseur SEPIC et un estimateur de charge est proposé pour la loi IDAPBC seulement. A notre connaissance, on trouve peu de méthodes dans la littérature qui, simulta-*



nément, proposent la conception d'un observateur d'état complet avec l'estimation de charge pour les convertisseurs DC-DC. Un estimateur de charge seule est proposée dans [HGOcLLE10], ou bien un observateur d'état partiel, nécessitant l'accès à deux états au moins avec un estimateur de charge [AKO08]. Les raisons sont à la fois la complexité de la conception et la preuve de stabilité du système bouclé complet. Les résultats issus des approches théoriques proposées dans ce chapitre sont vérifiés en simulation. Ensuite, la faisabilité de leur mise en œuvre pratique est illustrée par une validation expérimentale sur un circuit prototype, validation assez peu présente dans beaucoup de travaux sur l'application de la synthèse PBC.

## 5.1 Principe d'immersion & invariance

« L'I&I est une méthode assez récente pour la conception de régulateurs non linéaires adaptatifs pour des systèmes non linéaires (incertains). Elle s'appuie sur les notions d'immersion des systèmes et des variétés<sup>1</sup> invariantes, qui sont des outils classiques de la théorie non linéaire et de la commande non linéaire géométrique, mais exploités dans une nouvelle perspective. L'idée de base consiste à immerger la dynamique d'un système dans un autre système cible (éventuellement d'ordre inférieur) et qui reflète le comportement désiré » [AKO08].

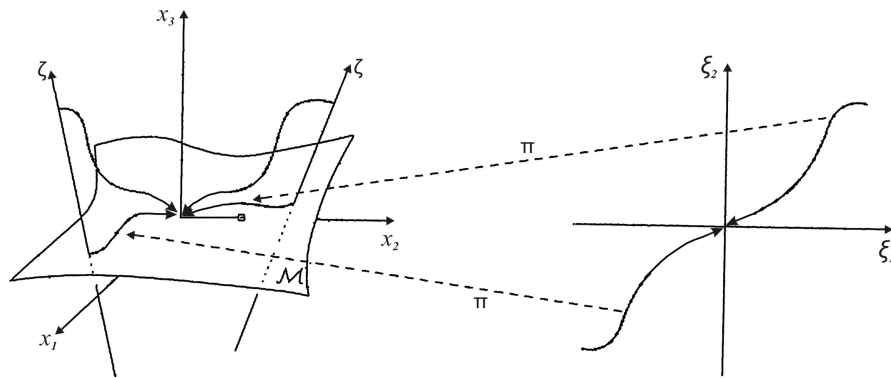


Figure 5.1 – Illustration graphique de l'approche I&I

L'approche est illustrée graphiquement par le schéma dans la Fig. 5.1. Elle consiste à établir une application qui associe aux trajectoires dans l'espace- $\xi$  des trajectoires dans l'espace- $x$  se trouvant, avec le point équilibre désiré, dans une variété attractive et invariante  $\mathcal{M}$ . Le théorème suivant donne un résultat important :

1. Le terme courant en anglais est : Manifold

**Théorème 5.1.** *Soit le système*

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (5.1)$$

avec  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $u \in \mathbb{R}^m$ , et un point d'équilibre  $x^* \in \mathbb{R}^n$  à être stabilisé. Supposons qu'il existe des applications suffisamment dérivables  $\alpha : \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}^p$ ,  $\pi : \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}^n$ ,  $\phi : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n-p}$ ,  $c : \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}^m$ , et  $v : \mathbb{R}^{n \times (n-p)} \rightarrow \mathbb{R}^m$ , avec  $p < n$ , telles que les hypothèses suivantes soient valides :

(A1) *Le système cible*

$$\dot{\xi} = \alpha(\xi) \quad (5.2)$$

avec  $\xi \in \mathbb{R}^p$  a le point d'équilibre  $\xi^* \in \mathbb{R}^p$  GAS<sup>2</sup> et

$$x^* = \pi(\xi^*)$$

(A2) *Quel que soit  $\xi \in \mathbb{R}^p$ ,*

$$f(\pi(\xi)) + g(\pi(\xi))c(\pi(\xi)) = \frac{\partial \pi}{\partial \xi} \alpha(\xi) \quad (5.3)$$

(A3) *L'égalité suivante est valide*

$$\{x \in \mathbb{R}^n \mid \phi(x) = 0\} = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x = \pi(\xi), \xi \in \mathbb{R}^p\} \quad (5.4)$$

(A4) *Toutes les trajectoires du système*

$$\dot{z} = \frac{\partial \phi}{\partial x} (f(x) + g(x)v(x, z)) \quad (5.5a)$$

$$\dot{x} = f(x) + g(x)v(x, z) \quad (5.5b)$$

sont bornées et (5.5a) a le point d'équilibre  $z = 0$  uniformément GAS.

Alors  $x^*$  est un point d'équilibre GAS pour le système en boucle fermée

$$\dot{x} = f(x) + g(x)v(x, \phi(x)) \quad (5.6)$$

La preuve est donnée dans [AKO08], on notera que  $v(x, \phi(x))$  représente la loi de commande en boucle fermée. Comme nous pouvons le constater, les hypothèses (A1) et (A2) traduisent l'application, tandis que (A3) et (A4) traduisent l'attractivité et l'invariance de la variété. Bien que le principe d'I&I peut également être utilisé pour la conception des régulateurs, il n'est **exploité dans le cadre de ces travaux que pour l'observation et l'estimation**. Ces deux cas sont très similaires car leur différence est juste dans le choix de la variété  $\mathcal{M}$  et du système cible.

---

2. GAS : Globalement asymptotiquement stable

## 5.2 Principe général d'estimation des paramètres utilisant l'I&I

Soit le système (5.1), où les fonctions  $f$  et  $g$  sont maintenant dépendantes d'un vecteur de paramètres inconnus  $\theta \in \mathbb{R}^q$ . Le problème général est de trouver, si possible, une commande par retour d'état adaptative de la forme

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\theta}} &= \omega(x, \hat{\theta}) \\ u &= v(x, \hat{\theta})\end{aligned}\tag{5.7}$$

telle que le système en boucle fermée (5.1), (5.7) est GAS. Pour ce faire, nous supposons qu'un régulateur dépendant de  $\theta$  existe et qui sera appelé « régulateur idéal », c'est-à-dire, qu'il existe une fonction  $v(x, \theta)$  telle que le système

$$\dot{x} = f(x) + g(x)v(x, \theta)\tag{5.8}$$

a le point d'équilibre  $x = x^*$  GAS.

Le problème de synthèse de l'estimateur peut donc être donné selon la définition suivante.

**Définition 5.1.** *Le système (5.1), avec l'hypothèse précédente (régulateur idéal), est dit stabilisable adaptativement par I&I s'il existe des fonctions  $\beta$  et  $\omega$  telles que toutes les trajectoires du système étendu*

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)v(x, \hat{\theta} + \beta(x)) \\ \dot{\hat{\theta}} &= \omega(x, \hat{\theta})\end{aligned}\tag{5.9}$$

sont bornées et satisfont

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [g(x)v(x, \hat{\theta} + \beta(x)) - g(x)v(x, \theta)] = 0\tag{5.10}$$

Ceci implique que  $\lim_{t \rightarrow \infty} x = x^*$ . De plus, (5.10) indique que la variété ici est :

$$\mathcal{M} = \{(x, \hat{\theta}) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^q \mid \hat{\theta} - \theta + \beta(x) = 0\}\tag{5.11}$$

**Remarque 5.1.** *Il faut noter que l'estimation de  $\theta$  n'est pas  $\hat{\theta}$ , mais plutôt  $\hat{\theta} + \beta(x)$ . Même si  $\beta(x)$  peut parfois être nulle, ce n'est pas nécessaire car l'objectif n'est pas de connaître la valeur réelle de  $\theta$ , mais plutôt de le remplacer par une certaine estimation  $\hat{\theta} + \beta(x)$  qui garantira la stabilité asymptotique globale. De plus, cela offre plus de degrés de liberté dans la conception de l'estimateur et est donc, moins conservateur.*

Comme dans tout problème d'estimation le choix de la fonction  $\omega(x, \hat{\theta})$  n'est pas unique, une démarche et une solution particulière seront proposées dans le paragraphe 5.5 lors de l'application à l'estimation de charge pour un convertisseur SEPIC.

### 5.3 Principe d'observation utilisant l'I&I

L'observateur d'état est conçu pour accéder à des grandeurs difficilement mesurables ou encore limiter le nombre de mesures, les capteurs de courant en particulier, qui en pratique peuvent poser davantage de problèmes de précision que les capteurs de tension. Dans notre cas, nous supposons que le seul état accessible est la tension de sortie, ce qui est facile à obtenir pratiquement. Nous rappelons à nouveau que la conception d'un observateur avec un estimateur de charge en une seule dynamique GAS a été très complexe pour les systèmes d'ordre élevé en raison de la difficulté pour établir une preuve mathématique globale de stabilité. L'observateur est conçu d'après le concept général d'I&I, mais avec une vision différente du système cible et de la variété invariante [AKO08].

Tout d'abord, le vecteur d'état est découpé en  $x = (\eta \ y)^\top$  avec  $\eta \in \mathbb{R}^{n-m}$ , la partie non mesurée (à observer) et  $y$  la partie mesurée. La dynamique générale non linéaire et variante dans le temps peut alors être décrite par :

$$\begin{cases} \dot{\eta} = f_1(\eta, y, t) \\ \dot{y} = f_2(\eta, y, t) \end{cases} \quad (5.12)$$

**Définition 5.2.** *Le système dynamique*

$$\dot{\xi} = \alpha(\xi, y, t) \quad (5.13)$$

avec  $\xi \in \mathbb{R}^p$ ,  $p \geq n - m$ , est un observateur global pour le système (5.12), s'il existe des applications  $\beta : \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^p$  et  $\phi : \mathbb{R}^{n-m} \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^p$  qui sont inversibles par rapport à leur premier argument (par rapport à  $\xi$ ) et telles que la variété

$$\mathcal{M} = \{(\eta, y, \xi, t) \in \mathbb{R}^{n-m} \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^p \times \mathbb{R} : \beta(\xi, y, t) = \phi(\eta, y, t)\} \quad (5.14)$$

ait les propriétés suivantes :

(i) Toutes les trajectoires du système étendu (5.12), (5.13) qui partent de la variété  $\mathcal{M}$  y restent, c'est-à-dire,  $\mathcal{M}$  est positive invariante.

(ii) Toutes les trajectoires du système étendu (5.12), (5.13) qui partent du voisinage de  $\mathcal{M}$  convergent asymptotiquement vers  $\mathcal{M} \ \forall (\eta(t_0), y(t_0), \xi(t_0), t_0)$ , c'est-à-dire,  $\mathcal{M}$  est attractive.

Cela implique que l'estimation  $\hat{\eta} = \phi^L(\beta(\xi, y, t), y, t)$  converge asymptotiquement vers  $\eta$ , où  $\phi^L$  est l'inverse de  $\phi$  par rapport au premier argument et que l'erreur de l'estimation  $e_\eta = \hat{\eta} - \eta$  est nulle sur la variété  $\mathcal{M}$ . En outre, l'ordre de la dynamique de l'observateur est réduit par rapport à celui du système, ce qui simplifie sa conception et réduit les paramètres de réglage.

Le théorème suivant décrit la construction de l'observateur d'ordre réduit :

**Théorème 5.2.** Soit le système (5.12), (5.13) et supposons qu'il existe des applications  $C^1 \beta(\xi, y, t) : \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^p$  et  $\phi(\eta, y, t) : \mathbb{R}^{n-m} \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^p$  avec l'inverse par rapport au premier argument  $\phi^L : \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{n-m}$ , telles que les hypothèses suivante soient valides :

(A1) Quels que soient  $y$ ,  $\xi$ , et  $t$ ,  $\beta(\xi, y, t)$  est inversible par rapport au premier argument  $\xi$  et le déterminant

$$\det \left( \frac{\partial \beta}{\partial \xi} \right) \neq 0 \quad (5.15)$$

(A2) Le système

$$\begin{aligned} \dot{z} = & - \frac{\partial \beta}{\partial y} (f_2(\hat{\eta}, y, t) - f_2(\eta, y, t)) \\ & + \left. \frac{\partial \phi}{\partial y} \right|_{\eta=\hat{\eta}} f_2(\hat{\eta}, y, t) - \frac{\partial \phi}{\partial y} f_2(\eta, y, t) \\ & + \left. \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right|_{\eta=\hat{\eta}} f_1(\hat{\eta}, y, t) - \frac{\partial \phi}{\partial \eta} f_1(\eta, y, t) + \left. \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|_{\eta=\hat{\eta}} - \frac{\partial \phi}{\partial t} \end{aligned} \quad (5.16)$$

avec  $\hat{\eta} = \phi^L(\phi(\eta, y, t) + z)$ , a le point d'équilibre  $z = 0$  (globalement) asymptotiquement stable, uniformément en  $(\eta, y, t)$ .

Alors, le système (5.13) avec

$$\begin{aligned} \alpha(\xi, y, t) = & - \left( \frac{\partial \beta}{\partial \xi} \right)^{-1} \left( \frac{\partial \beta}{\partial y} f_2(\hat{\eta}, y, t) + \frac{\partial \beta}{\partial t} - \left. \frac{\partial \phi}{\partial y} \right|_{\eta=\hat{\eta}} f_2(\hat{\eta}, y, t) \right. \\ & \left. - \left. \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right|_{\eta=\hat{\eta}} f_1(\hat{\eta}, y, t) - \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|_{\eta=\hat{\eta}} \end{aligned} \quad (5.17)$$

où  $\hat{\eta} = \phi^L(\beta(\xi, y, t), y, t)$ , est un observateur (global) pour le système (5.12).

La preuve est aussi donnée dans [AKO08]. En pratique,  $z = \beta - \phi$  traduit la dynamique d'éloignement de la variété<sup>3</sup>. La synthèse de l'observateur revient donc à la recherche des fonctions  $\beta$  et  $\phi$  qui satisfont le théorème précédent, ces fonctions associées à celles  $(f_1(\eta, y, t)$  et  $f_2(\eta, y, t))$  décrivant le modèle du procédé permettent de définir le modèle dynamique de l'observateur donné par les relations 5.13 et 5.17. Le choix des fonctions  $\beta$  et  $\phi$  n'est bien sûr pas unique, des formes particulière peuvent être utilisées. Le résultats de ce théorème seront exploités dans les sections 5.4 et 5.5.0.4 dans le cas de la synthèse d'observateurs pour le convertisseur SEPIC.

3. En anglais : Off-the-manifold dynamics

## 5.4 Observateur pour la loi PI passive

Nous avons montré dans le chapitre 4 qu'une large classe de convertisseurs de puissance (dont le SEPIC) peut être globalement asymptotiquement stabilisée avec un régulateur proportionnel-intégral (PI) linéaire. Ce travail exploite efficacement la propriété clé de la passivité du modèle non linéaire incrémental [JOGCC07], évoqué pour la première fois dans [SV92]. Toutefois, pour générer la sortie, par rapport à laquelle la passivité incrémentale est établie, l'accès à l'état entier est généralement nécessaire. Comme mentionné précédemment, pour des raisons économiques et technologiques, il est souhaitable de limiter le nombre des capteurs dans les convertisseurs de puissance, en particulier les capteurs de courant, d'où la nécessité de reconstruire la partie non mesurée de l'état.

La principale contribution de cette section est de montrer que l'approche d'I&I de [AKO08] peut être utilisée pour concevoir un observateur d'ordre réduit, qui converge asymptotiquement, pour une classe de convertisseurs de puissance bien définie et qui se caractérise par une simple inégalité matricielle linéaire (LMI). Par ailleurs, il est prouvé que cet observateur par I&I peut être combiné avec un régulateur PI tout en préservant les propriétés GAS de la boucle fermée. Ce nouveau régulateur<sup>4</sup> est appliqué dans nos travaux au convertisseur SEPIC pour lequel des résultats expérimentaux sont présentés.

### 5.4.1 Synthèse de l'observateur

Nous considérons, comme pour le régulateur PI, la classe de convertisseurs de puissance avec des condensateurs et inductances linéaires, décrits selon la forme Hamiltonienne [EvdSO99]<sup>5</sup>

$$\dot{x} = \left( \mathcal{J}_0 + \sum_{i=1}^m \mathcal{J}_i u_i - \mathcal{R} \right) \nabla H(x) + \mathcal{E} \quad (5.18)$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$ , est l'état constitué des flux des inductances et charges des condensateurs,  $u \in \mathbb{R}^m$  est le rapport cyclique [HGOcLLE10]. L'énergie totale emmagasinée dans les inductances et condensateurs est :

$$H(x) = \frac{1}{2} x^\top Q x, \quad Q = Q^\top > 0 \quad (5.19)$$

$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}$ ,  $\mathcal{J}_i = -\mathcal{J}_i^\top \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $i \in \{0\} \cup \bar{m} := \{1, \dots, m\}$  sont les matrices d'interconnexion,  $\mathcal{R} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\mathcal{R} = \mathcal{R}^\top \geq 0$  est la matrice de dissipation et  $\mathcal{E} \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur des entrées exogènes.

4. Appelé en anglais : « régulateur à équivalence de certitude »

5. Dans [HGOcLLE10], une classe plus générale de convertisseurs comprenant des sources commutées est considérée. Cette extension peut être facilement ajoutée ici.

Le problème de synthèse de l'observateur est formulé comme suit. Supposant que

$$y_m = Cx \in \mathbb{R}^p \text{ }^6$$

avec  $p < n$  et  $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$  de rang plein, est mesurée. Pour reconstruire l'état  $x$  nous définissons une matrice  $S \in \mathbb{R}^{(n-p) \times n}$  telle que la matrice carrée

$$T := \begin{bmatrix} S \\ C \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n} \quad (5.20)$$

est de rang plein. De plus, prenons le changement de variables

$$\begin{bmatrix} \eta \\ y_m \end{bmatrix} = Tx$$

Le problème est alors de générer une estimation  $\hat{\eta} \in \mathbb{R}^{n-p}$  du vecteur  $\eta \in \mathbb{R}^{n-p}$ , afin de définir l'état de l'observateur comme

$$\hat{x} := T^{-1} \begin{bmatrix} \hat{\eta} \\ y_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\eta} \\ y_m \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

où nous avons introduit les matrices  $D_1 \in \mathbb{R}^{n \times (n-p)}$  et  $D_2 \in \mathbb{R}^{n \times p}$  qui seront utilisées ultérieurement.

Une classe de convertisseurs pour laquelle le problème de synthèse de l'observateur a une solution est caractérisée par la LMI suivante, où les matrices  $\mathcal{J}_0, \dots, \mathcal{J}_m, \mathcal{R}, Q$  correspondent au modèle (5.18) du convertisseur.

**Hypothèse 5.1.** *Soit*

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_0, \dots, \mathcal{J}_m, \mathcal{R}, Q &\in \mathbb{R}^{n \times n} \\ S \in \mathbb{R}^{(n-p) \times n}, D_1 \in \mathbb{R}^{n \times (n-p)}, C &\in \mathbb{R}^{p \times n} \end{aligned}$$

*Définissons*

$$\begin{aligned} F_0 &:= S(\mathcal{J}_0 - \mathcal{R})QD_1 \\ F_i &:= S\mathcal{J}_iQD_1, \quad i \in \bar{m} \\ G_0 &:= C(\mathcal{J}_0 - \mathcal{R})QD_1 \\ G_i &:= C\mathcal{J}_iQD_1, \quad i \in \bar{m} \end{aligned} \quad (5.22)$$

*Il existe*

$$Z \in \mathbb{R}^{(n-p) \times p}, \quad P = P^\top \in \mathbb{R}^{(n-p) \times (n-p)}$$

---

6. Nous supposons ici que  $y$  n'est pas nécessairement de dimension  $m$ . Elle peut être d'une autre dimension  $p < n$

solution de la LMI

$$\begin{aligned} P &> 0 \\ \text{sym}\{PF_0 + ZG_0\} &< 0 \\ \text{sym}\{PF_i + ZG_i\} &= 0, i \in \bar{m} \end{aligned} \quad (5.23)$$

où  $\text{sym}\Sigma$  représente la partie symétrique donnée par  $\Sigma + \Sigma^\top$ .

**Proposition 5.1.** Prenons le convertisseur représenté par le modèle (5.18), (5.19) qui vérifie l'hypothèse 5.1. Définissons l'application

$$\begin{aligned} A &: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n} \\ A(u) &:= (\mathcal{I}_0 - \mathcal{R})Q + \sum_{i=1}^m \mathcal{I}_i Q u_i \end{aligned} \quad (5.24)$$

où  $u := (u_1 \dots u_m)^\top$ . L'observateur par I&I de dimension  $(n - p)$

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= (S + \Gamma C)[A(u)((D_2 - D_1 \Gamma)y_m + D_1 \xi) + \mathcal{E}] \\ \hat{\eta} &= \xi - \Gamma y_m \end{aligned} \quad (5.25)$$

où

$$\Gamma = P^{-1}Z \in \mathbb{R}^{(n-p) \times p} \quad (5.26)$$

avec  $P$  et  $Z$  solutions de la LMI (5.23), assure la convergence exponentielle globale de l'erreur d'observation. C'est-à-dire, quelles que soient les conditions initiales  $x(0) \in \mathbb{R}^n, \xi(0) \in \mathbb{R}^{n-p}$ , et la commande  $u(t)$ , il existe  $\alpha, k \in \mathbb{R}_+$  telle que

$$|\hat{\eta}(t) - \eta(t)| \leq k e^{-\alpha t} |\hat{\eta}(0) - \eta(0)|$$

pour  $t \geq 0$ , où  $|\cdot|$  est la norme Euclidienne.

*Démonstration.* Pour établir le résultat, nous suivons la procédure d'I&I rigoureusement [AKO08]. Définissons le vecteur de dimension  $(n - p)$

$$z = \eta - \xi + \beta(y_m)$$

où nous cherchons à trouver l'application  $\beta : \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}^{n-p}$ . L'objectif par l'I&I est de choisir  $\xi$  et  $\beta$  afin d'assurer une dynamique stable asymptotiquement pour  $z$ . Par conséquent, une estimation de  $\eta$  est donnée par

$$\hat{\eta} = \xi - \beta$$



En dérivant  $z$ , en prenant  $\nabla\beta = \partial\beta/\partial y_m$  et en rappelant que  $\eta = Sx$  et  $y_m = Cx$ , nous obtenons

$$\begin{aligned}\dot{z} &= S(A(u)x + E) - \dot{\xi} + \nabla\beta C(A(u)x + E) \\ &= (S + \Gamma C)[A(u)x + E] - \dot{\xi}\end{aligned}$$

où nous avons choisi *a priori*

$$\beta = \Gamma y_m$$

pour établir la deuxième identité. En utilisant

$$x = \begin{bmatrix} D_1 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta \\ y_m \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

et en choisissant  $\dot{\xi}$  comme dans (5.25), nous obtenons

$$\dot{z} = (S + \Gamma C)A(u)D_1 z \quad (5.28)$$

Le problème restant est de montrer que  $\Gamma$ , donnée par (5.26), assure une dynamique stable exponentiellement pour  $z$ .

Pour y arriver, notons qu'avec les définitions (5.22) et

$$Z := P\Gamma$$

la LMI (5.23) devient

$$\text{sym}\{P(S + \Gamma C)(\mathcal{I}_0 - \mathcal{R})QD_1\} < 0 \quad (5.29)$$

$$\text{sym}\{P(S + \Gamma C)\mathcal{I}_i QD_1\} = 0 \quad (5.30)$$

pour  $i \in \bar{m}$ . Maintenant, selon la définition de  $A(u)$  par (5.24), la dynamique de  $z$  peut être donnée par

$$\dot{z} = (S + \Gamma C)[(\mathcal{I}_0 - \mathcal{R})QD_1 + \sum_{i=1}^m \mathcal{I}_i QD_1 u_i]z$$

Prenons la fonction candidate de Lyapunov

$$V(z) = \frac{1}{2} z^\top P z$$

Sa dérivée, en utilisant (5.30) pour supprimer les termes dépendants de  $u_i$  et (5.29), vérifie

$$\begin{aligned}\dot{V} &\leq -\alpha_0 |z|^2 \\ &\leq -\frac{2\alpha_0}{\lambda_{\max}\{P\}} V\end{aligned} \quad (5.31)$$

pour  $\alpha_0 \in \mathbb{R}_+$  et où  $\lambda_{\max}$  désigne la valeur propre la plus grande. Finalement, la démonstration est complétée en notant que

$$z = \hat{\eta} - \eta \quad (5.32)$$

□□□

**Remarque 5.2.** Comme dans d'autres cas de synthèse d'observateurs, l'observateur par I&I proposé s'appuie sur la connaissance exacte de la dynamique du système. En effet, la construction de l'observateur (5.25) contient la matrice  $A(u)$  définie dans (5.24) et le vecteur  $\mathcal{E}$ . Dans le cas d'incertitude sur ces paramètres, la dynamique d'éloignement de la variété (5.28) est perturbée par un terme additif. Par exemple, une situation courante : l'incertitude sur la matrice  $\mathcal{R}$  due à la variation de la charge, donne

$$\dot{z} = (S + \Gamma C)A(u)D_1 z - (\hat{\mathcal{R}} - \mathcal{R})Q[(D_2 - D_1\Gamma)Cx + D_1\xi] \quad (5.33)$$

où  $\hat{\mathcal{R}}$  est une matrice (constante) estimée. L'analyse de stabilité de la dynamique totale perturbée, ayant  $(x, \xi, z)$  comme état, est une tâche compliquée. Cependant, ce qui semble intéressant est que les résultats en simulation et expérimentaux présentés dans la section 5.4.4 montrent que cette erreur paramétrique ne déstabilise pas le système, mais qu'elle introduit une erreur statique sur l'état de l'observateur.

**Remarque 5.3.** Bien que la LMI (5.23) ne donne que des conditions suffisantes pour la convergence de l'observateur, les résultats en simulation et expérimentaux présentés dans la section 5.4.4 montrent aussi que ces conditions sont susceptibles d'être nécessaires. En effet, si la condition algébrique (5.30) est satisfaite et l'inégalité (5.29) « change de signe », c'est-à-dire, si

$$\text{sym}\{P(S + \Gamma C)(\mathcal{J}_0 - \mathcal{R})QD_1\} > 0$$

la dynamique de  $z$  est instable.

Nous remarquons que lors de la synthèse de cet observateur, nous avons appliqué la version fondamentale d'I&I, mais en définissant la variété via des fonctions séparées et en prenant des fonctions linéaires pour  $\beta$  au lieu des expressions explicites définies préalablement. Cette approche sera illustrée lors de son application au convertisseur SEPIC dans la section 5.4.3.

## 5.4.2 Stabilité observateur-régulateur PI passif

Dans cette section, nous démontrons que l'observateur par I&I proposé dans la section précédente peut être utilisé avec le régulateur PI passif du chapitre 4, tout en préservant la propriété GAS de la boucle fermée.

**Proposition 5.2.** Prenons le convertisseur décrit par (5.18), vérifiant l'hypothèse 5.1 et ayant un état d'équilibre  $x^*$  et une entrée de commande en équilibre  $u^*$ . Supposons que (4.88) de la proposition 4.4 du chapitre 4 est valide. Le régulateur PI utilisant l'observateur

$$\begin{aligned}\dot{w} &= C\hat{x} = \hat{y} \\ u &= -K_p C\hat{x} - K_i w\end{aligned}\tag{5.34}$$

avec  $\hat{x}$  l'estimation de l'état obtenue par (5.21), (5.24), (5.25) et (5.26), assure que le point d'équilibre

$$(x \ w \ z) = (x^* \ -K_i^{-1}u^* \ 0)$$

est GAS.

*Démonstration.* D'après (5.21) et (5.27), nous pouvons voir que l'erreur d'observation peut être exprimée comme

$$\tilde{x} = \hat{x} - x = D_1 z$$

Nous pouvons alors écrire la commande (5.34) sous la forme perturbée

$$\begin{aligned}\dot{w} &= y + CD_1 z \\ u &= -K_p y - K_i w - K_p CD_1 z\end{aligned}\tag{5.35}$$

Pour procéder à la démonstration, nous écrivons le système complet en boucle fermée comme une interconnexion en cascade du sous-système de l'erreur d'observation avec la dynamique de retour d'état, ce qui donne la forme

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}} \\ \dot{\tilde{w}} \end{bmatrix} &= f_{BF}(\tilde{x}, \tilde{w}) + g_{BF}(\tilde{x})z \\ \dot{z} &= -A(u)z\end{aligned}\tag{5.36}$$

où

$$\tilde{w} := w + K_i^{-1}u^*$$

et  $f_{BF} : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^{n+m}$ ,  $g_{BF} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n+m}$  sont des applications connues *a priori* en fonction des dynamiques du système et du régulateur. La proposition 4.4 montre que le système avec  $z = 0$  est GAS. Pour la démonstration, nous utilisons un résultat de [SS90] et [Son03] qui montre qu'elle sera complète si nous pouvons établir que les trajectoires  $(\tilde{x}(t), \tilde{w}(t))$  sont bornées. Afin d'y arriver, nous suivons la démarche de [PL01] et nous construisons une fonction dérivable  $W_3(\tilde{x}, \tilde{w}, z)$ .

Une telle fonction bornée impliquera que l'état est aussi borné. La borne de  $W_3$  sera caractérisée par la relation

$$\dot{W}_3 \leq c|z|W_3$$

pour  $c \in \mathbb{R}_+$ . Puisque  $z$  est clairement une fonction intégrable, en invoquant le lemme de comparaison [Kha02], nous pouvons conclure que  $W_3$  est bornée et par conséquent les trajectoires dans l'espace d'état le sont aussi.

Afin de construire  $W_3$ , prenons la fonction

$$W_1(\tilde{x}, \tilde{w}) = H(\tilde{x}) + \frac{1}{2} \tilde{w}^T K_i \tilde{w}$$

où  $H$  est définie dans (4.86)<sup>7</sup>. En dérivant tout au long des trajectoires de (5.36) et en utilisant (5.35) et (4.85), nous obtenons les bornes

$$\begin{aligned} \dot{W}_1 &\leq -\alpha_1 |y|^2 + (c_1 |y| + c_2 |\tilde{w}|) |z| \\ &\leq \frac{c_1^2}{4\alpha_1} |z|^2 + c_2 |\tilde{w}| |z| \end{aligned}$$

où nous définissons les constantes

$$\alpha_1 := \lambda_{\min}\{K_p\}, \quad c_1 := \|K_p C D_1\|, \quad c_2 := \|K_i C D_1\|,$$

avec  $\|\cdot\|$  la norme-2 et  $\lambda_{\min}$  désigne la plus petite valeur propre. De plus, nous avons utilisé la relation

$$|y| |z| \leq \frac{\alpha_1}{c_1} |y|^2 + \frac{c_1}{4\alpha_1} |z|^2$$

pour obtenir la deuxième inégalité. Prenons maintenant la fonction

$$W_2(\tilde{x}, \tilde{w}, z) = W_1(\tilde{x}, \tilde{w}) + \frac{c_1^2}{4\alpha_1 \alpha_0} V(z)$$

où  $V(z)$  est la même que celle du paragraphe précédent. Sa dérivée selon (5.31) satisfait

$$\begin{aligned} \dot{W}_2 &\leq c_2 |\tilde{w}| |z| \\ &= \left( c_2 |\tilde{w}| |z|^{\frac{1}{2}} \right) |z|^{\frac{1}{2}} \\ &\leq \frac{c_2^2}{2} |\tilde{w}|^2 |z| + \frac{1}{2} |z| \end{aligned}$$

---

7. Plus de détails sont donnés dans la démonstration de la proposition 2 dans [HGOcLLE10]

où nous avons appliqué  $2ab \leq a^2 + b^2$  aux facteurs de la deuxième équation pour obtenir la dernière inégalité.

D'après (5.31),

$$\frac{d}{dt} V^{\frac{1}{2}}(z) \leq -\frac{\alpha_0 \lambda_{\min}^{\frac{1}{2}}\{P\}}{\sqrt{2} \lambda_{\max}\{P\}} |z|$$

Par conséquent, définissons la fonction

$$W_3(\tilde{x}, \tilde{w}, z) = 2W_2(\tilde{x}, \tilde{w}, z) + \frac{\sqrt{2} \lambda_{\max}\{P\}}{\alpha_0 \lambda_{\min}^{\frac{1}{2}}\{P\}} V^{\frac{1}{2}}(z)$$

afin de supprimer le terme  $\frac{1}{2}|z|$ . La dérivée de cette fonction donne

$$\begin{aligned} \dot{W}_3 &\leq c_2^2 |\tilde{w}|^2 |z| \\ &\leq \frac{c_2^2}{\lambda_{\min}\{K_i\}} |z| W_3 \end{aligned} \quad (5.37)$$

où nous avons utilisé l'inégalité

$$W_3 \geq 2W_1 \geq \lambda_{\min}\{K_i\} |\tilde{w}|^2$$

pour obtenir la dernière équation. L'inégalité (5.37) complète ainsi la démonstration.

□□□

**Remarque 5.4.** La caractéristique intéressante de la proposition 5.2, qui est une conséquence de l'exploitation d'une propriété de passivité, est que la propriété GAS est assurée quelles que soient les valeurs positives des paramètres PI. Ceci simplifie considérablement la procédure de réglage des paramètres du régulateur.

### 5.4.3 Application au convertisseur SEPIC

Nous appliquons donc la synthèse de l'observateur associé à un régulateur PI passif au convertisseur SEPIC. Comme déjà mentionné, ce convertisseur est difficile à piloter et présente, d'après le chapitre 2, un comportement non linéaire complexe en comparaison avec d'autres convertisseurs DC-DC. La représentation du convertisseur SEPIC alimentant une charge purement résistive est donnée sur le schéma de la Fig. 5.2. En se plaçant dans le mode CCM le modèle moyen Hamiltonien (5.18) aura les matrices caractéristiques de dimension  $n = 4$

$$x = (\phi_1 \ \phi_2 \ q_1 \ q_2)^\top, \ \mathcal{E} = (V_e \ 0 \ 0 \ 0)^\top$$

$$\mathcal{R} = \text{diag} \left\{ r_{L_1}, r_{L_2}, 0, \frac{1}{R} \right\}$$

$$Q = \text{diag} \left\{ \frac{1}{L_1}, \frac{1}{L_2}, \frac{1}{C_1}, \frac{1}{C_2} \right\}$$

$$J_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$J_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

où  $\phi_i$  sont les flux des inductances,  $q_i$  les charges des condensateurs,  $u$  le rapport cyclique,  $V_e$  la tension d'alimentation supposée constante,  $L_i$ ,  $C_i$ ,  $r_{L_i}$ , les paramètres du convertisseur et  $R$  la résistance de charge.

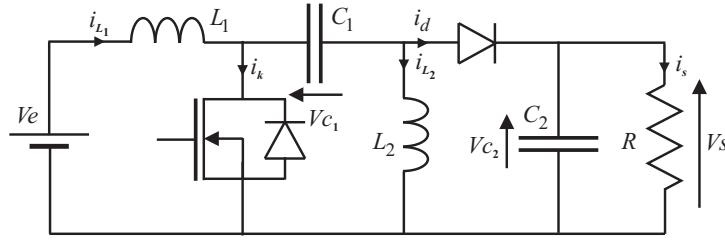


Figure 5.2 – Schéma du convertisseur SEPIC

L'objectif de la commande est la régulation de la tension de sortie à une valeur désirée  $V^*$ , ce qui revient à la régulation de la charge  $x_4$ , du condensateur du filtre de sortie, à une référence désirée  $x_4^* > 0$  où  $C_2 V^* = x_4^*$ . Il est alors supposé que la seule variable d'état mesurée est la tension de sortie, ce qui donne  $p = 1$  et

$$C = (0 \ 0 \ 0 \ 1)$$

Le résultat principal de cette section est l'application directe de la proposition 5.1 pour établir l'existence d'un observateur par I&I GAS et ensuite, la proposition 5.2 pour déterminer un régulateur PI par retour de sortie qui rend le convertisseur bouclé GAS. Pour cette synthèse, la dimension de la matrice  $P$  est 3.

**Proposition 5.3.** Fixons  $P_{13} > 0$  et

$$P_{22} = \frac{1}{r_{L_2}} P_{13} + K \quad (5.38)$$

$$P_{33} = \left( r_{L_2} + \frac{L_2}{C_1 r_{L_2}} \right) P_{13} + \frac{L_2}{C_1} K \quad (5.39)$$

Il existe  $K_{min} > 0$  tel que, quel que soit  $K \geq K_{min}$  les matrices

$$P = \begin{bmatrix} \frac{L_2}{L_1} P_{22} & 0 & P_{13} \\ 0 & P_{22} & P_{13} \\ P_{13} & P_{13} & P_{33} \end{bmatrix}$$

et

$$Z = \begin{bmatrix} -P_{13} \\ -P_{13} \\ L_2 \left( \frac{P_{22}}{C_1} - \frac{P_{33}}{L_1} \right) \end{bmatrix}$$

constituent une solution de la LMI de l'hypothèse 5.1 pour le modèle du convertisseur SEPIC.

*Démonstration.* D'après (5.20) et (5.21), nous avons

$$T = I_4, S = [I_3 \mid 0] = D_1^\top, D_2 = (0 \ 0 \ 0 \ 1)^\top$$

où  $I_3$  est la matrice identité  $3 \times 3$ . Maintenant, utilisons (5.22) pour calculer

$$F_0 = \begin{bmatrix} -\frac{r_{L_1}}{L_1} & 0 & -\frac{1}{C_1} \\ 0 & -\frac{r_{L_2}}{L_2} & 0 \\ \frac{1}{L_1} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$F_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{C_1} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{C_1} \\ -\frac{1}{L_1} & \frac{1}{L_2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$G_0 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} & -\frac{1}{L_2} & 0 \end{bmatrix}, G_1 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L_1} & \frac{1}{L_2} & 0 \end{bmatrix}$$

Afin de simplifier la synthèse, choisissons l'élément  $(1, 2)$  de la matrice  $P$  égal à zéro, c'est-à-dire,  $P_{12} = 0$ . Un remplacement direct montre que, sous cette condition, l'égalité

$$\text{sym}\{PF_1 + ZG_1\} = 0$$

est satisfaite si et seulement si

$$P_{11} = \frac{L_2}{L_1} P_{22}, P_{13} = P_{23}$$

et

$$Z = \begin{bmatrix} -P_{13} \\ -P_{13} \\ L_2(\frac{P_{22}}{C_1} - \frac{P_{33}}{L_1}) \end{bmatrix}$$

Définissons

$$Q_0 := -\text{sym}\{PF_0 + ZG_0\}$$

Il reste à choisir les éléments de  $P$ , ayant la forme

$$P = \begin{bmatrix} \frac{L_2}{L_1}P_{22} & 0 & P_{13} \\ 0 & P_{22} & P_{13} \\ P_{13} & P_{13} & P_{33} \end{bmatrix}$$

qui préservent  $P > 0$  et assurent aussi que  $Q_0 > 0$ . En remplaçant  $P$  et  $Z$  données ci-dessus dans  $Q_0$ , nous obtenons

$$Q_0 = \begin{bmatrix} \frac{2r_{L_1}L_2}{L_1^2}P_{22} & \frac{-1}{L_2}P_{13} & \frac{r_{L_1}}{L_1}P_{13} \\ * & K & \frac{1}{C_1}P_{22} - \frac{1}{L_2}P_{33} + \frac{r_{L_2}}{L_2}P_{13} \\ * & * & \frac{2}{C_1}P_{13} \end{bmatrix}$$

où nous avons défini

$$K := \frac{2r_{L_2}}{L_2}P_{22} - \frac{2}{L_2}P_{13}$$

Afin de simplifier le test de positivité, soit le terme  $(2,3)$  égal à zéro, c'est-à-dire,

$$\frac{1}{C_1}P_{22} - \frac{1}{L_2}P_{33} + \frac{r_{L_2}}{L_2}P_{13} = 0$$

Ceci donne

$$Q_0 = \begin{bmatrix} \frac{2r_{L_1}L_2}{L_1^2}P_{22} & \frac{-1}{L_2}P_{13} & \frac{r_{L_1}}{L_1}P_{13} \\ \frac{-1}{L_2}P_{13} & K & 0 \\ \frac{r_{L_1}}{L_1}P_{13} & 0 & \frac{2}{C_1}P_{13} \end{bmatrix}$$

D'après le complément de Schur [BEFB94],  $P > 0$  si et seulement si

$$P_{22} > 0, \quad P_{33}P_{22} > P_{13}^2 \left(1 + \frac{L_1}{L_2}\right)$$

En remplaçant  $P_{22}$  et  $P_{33}$  par (5.38) et (5.39) respectivement, nous obtenons alors la première condition que  $K$  doit satisfaire :

$$\frac{1}{4r_{L_2}^3 C_1} \frac{L_2^4}{L_1} K^2 + \left( \frac{1}{2r_{L_2}} \frac{L_2}{L_1} + \frac{1}{r_{L_2}^3 C_1} \frac{L_2^3}{L_1} \right) K P_{13} +$$



$$\left( \frac{1}{r_{L_2} L_1} + \frac{1}{r_{L_2}^3 C_1} \frac{L_2^2}{L_1} - \frac{1}{r_{L_2}} \frac{L_2}{L_1} - \frac{1}{r_{L_2}} \right) P_{13}^2 > 0 \quad (5.40)$$

D'autre part, le complément de Schur montre aussi que  $Q_0 > 0$  si et seulement si

$$\frac{2r_{L_1} L_2}{L_1^2} P_{22} > P_{13}^2 \left( \frac{1}{K L_2^2} + \frac{C_1 r_{L_1}^2}{2 L_1^2 P_{13}} \right)$$

ce qui donne, en remplaçant  $P_{22}$  par son expression, la deuxième condition que  $K$  doit satisfaire :

$$\frac{r_{L_1}}{r_{L_2}} \frac{L_2^2}{L_1^2} K^2 + \left( 2 \frac{r_{L_1}}{r_{L_2}} \frac{L_2}{L_1^2} - \frac{r_{L_1}^2}{L_1^2} \frac{C_1}{2} \right) P_{13} K - \frac{1}{L_2^2} P_{13}^2 > 0 \quad (5.41)$$

Finalement, puisque les coefficients de  $K^2$  dans les parties gauches de (5.40) et (5.41) sont positifs, il est clair que, pour un  $P_{13}$  fixé, il existe  $K > 0$  tel que ces deux inégalités sont valides.  $\square\square\square$

Ainsi, cette synthèse nous permet d'obtenir le modèle de l'observateur à partir de la relation (5.25) rappelée ci-dessous :

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= (S + \Gamma C)[A(u)((D_2 - D_1 \Gamma)y_m + D_1 \xi) + \mathcal{E}] \\ \hat{\eta} &= \xi - \Gamma y_m \end{aligned} \quad (5.42)$$

où :

$$\Gamma = P^{-1} Z \in \mathbb{R}^{(n-p) \times p} \quad (5.43)$$

#### 5.4.4 Résultats en simulation et expérimentaux

Dans cette section, nous effectuons des tests en simulation et expérimentaux afin de valider l'approche de l'observation-régulation PI pour le convertisseur SEPIC présenté dans la section 5.4.3. Les paramètres du convertisseur sont les mêmes que précédemment :

$$V_e = 20V, L_1 = 2,3 \times 10^{-3}H, L_2 = 330 \times 10^{-6}H$$

$$C_1 = C_2 = 190 \times 10^{-6}F, r_{L_1} = 1,7\Omega, r_{L_2} = 0,5\Omega$$

Les tests consistent à faire varier le point de fonctionnement pour valider la robustesse en stabilité (du système non linéaire). La résistance de charge a été initialement fixée à  $R = 22\Omega$ , mais des variations ont ensuite été imposées. La tension de référence  $V^*$  est initialement égale à 20V, une variation en échelon de 2V a ensuite été imposée.

#### 5.4.4.1 Simulations

Les simulations sont effectuées en utilisant les fonctionnalités de MATLAB® Simulink®. Dans un premier temps, nous effectuons des tests pour montrer l'effet des paramètres de réglage  $P_{13}$  et  $K$  de la proposition 5.3 sur la performance de l'observateur. Les conditions initiales sont  $x(0) = 0, w(0) = 0$  pour le procédé et  $(\hat{x}_1(0) \ \hat{x}_2(0) \ \hat{x}_3(0))^T = (1,9550 \times 10^{-7} \ 1,9550 \times 10^{-7} \ -2,2 \times 10^{-8})^T$  pour l'observateur.

Le régulateur PI passif a été réglé avec les gains  $K_p = 0,001$  et  $K_i = 5$ .

Sur la Fig. 5.3, les erreur d'observation  $\hat{x}_1 - x_1$  pour  $P_{13} = 0,5$  et différentes valeurs de  $K \geq K_{min} = 4545$  sont montrées<sup>8</sup>. Sur la Fig. 5.4, cette erreur est montrée pour  $K = 1$  et des valeurs de  $P_{13} \leq 0,0001$  qui satisfont les conditions de la proposition 5.3. Comme l'indique (5.31), la stabilité est assurée, mais nous observons aussi que la performance transitoire est améliorée en augmentant  $K$  et en diminuant  $P_{13}$ .

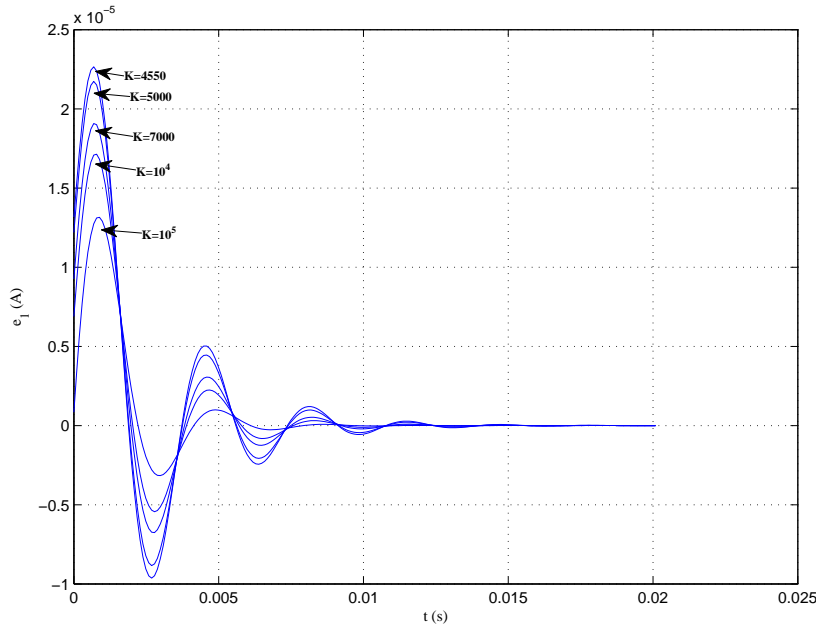


Figure 5.3 – Erreur d'observation  $\hat{x}_1 - x_1$  pour  $P_{13} = 0,5$  et  $K \geq K_{min} = 4545$

Pour illustrer la remarque 5.3, nous montrons sur la Fig. 5.5 que l'observateur devient instable si  $K$  est choisi en dehors de l'intervalle admissible. Un phénomène d'instabilité similaire a aussi été observé pour  $K = 1$  et  $P_{13} = 0,0002 > 0,0001$ .

8. Les autres erreurs d'observation ont les mêmes patterns

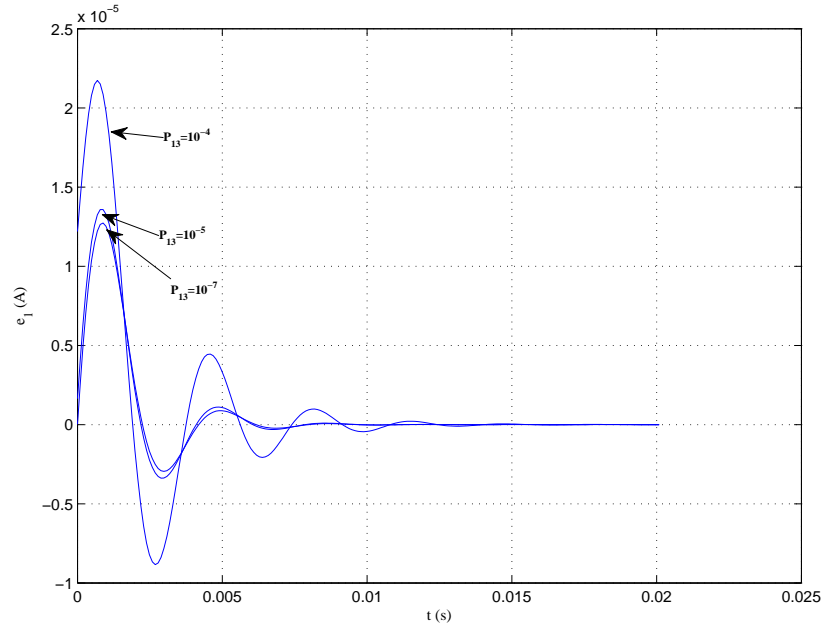


Figure 5.4 – Erreur d’observation  $\hat{x}_1 - x_1$  pour  $K = 1$  et  $P_{13} \leq 0,0001$

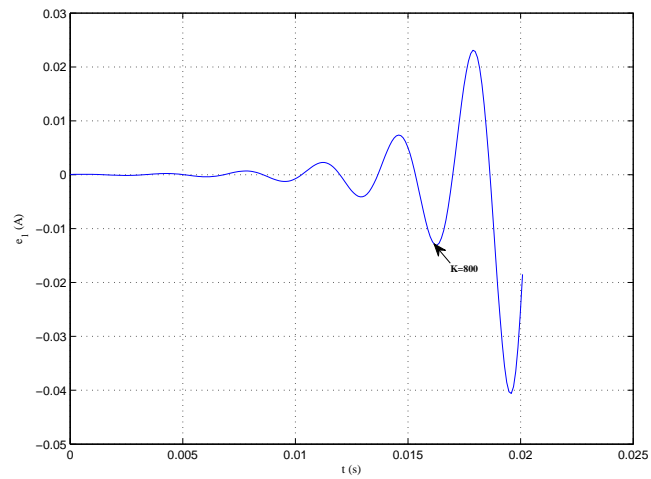


Figure 5.5 – Erreur d’observation  $\hat{x}_1 - x_1$  pour  $P_{13} = 0,5$  et  $K = 800 < K_{min} = 4545$

Après avoir analysé l'influence des paramètres de l'observateur, nous fixons  $P_{13} = 0,5$  et  $K = 4550$  au regard des réponses obtenues. Nous testons maintenant la réponse du convertisseur vis-à-vis d'un démarrage à partir de conditions initiales nulles et vis-à-vis d'une variation de consigne de 2 volts (imposée à  $t = 0,08$  s). La Fig. 5.6 montre la réponse de la tension de sortie pour des valeurs différentes de  $K_p$  et  $K_i$ . Conformément aux prédéterminations analytiques, le système complet {procédé + commande+ observateur} converge vers la consigne avec une erreur statique nulle. De plus, nous avons pu constater que le paramètre qui influence fortement le comportement transitoire est  $K_p$ .

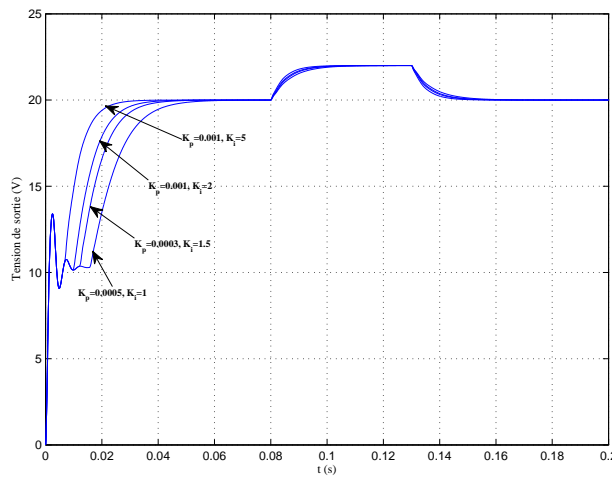


Figure 5.6 – Tension de sortie  $\frac{x_4}{C_2}$  pour des différents réglages des gains PI

Comme expliqué dans la remarque 5.2, l'observateur est sensible aux incertitudes paramétriques. Afin d'illustrer ce point, nous effectuons une variation (en échelon) de la résistance de charge  $R$  de  $22\Omega$  à  $44\Omega$ , qui correspond à une variation de puissance de 9W à 18W intervenant à  $t_0 = 0,08$  s :

- La Fig. 5.7 montre les erreurs d'estimation qui, malgré la variation importante des paramètres, restent bornées, mais présentent un écart statique.
- Par conséquent, la tension de sortie présente aussi une erreur statique relativement importante (10V), comme le montre la Fig. 5.8. L'annulation de cette erreur sera effectuée dans la suite de ce chapitre par la mise en place d'un estimateur de charge.

#### 5.4.4.2 Résultats expérimentaux

Un des fils conducteurs de ces travaux de thèse est non seulement de proposer les approches méthodologiques de modélisation et de commande des convertis-

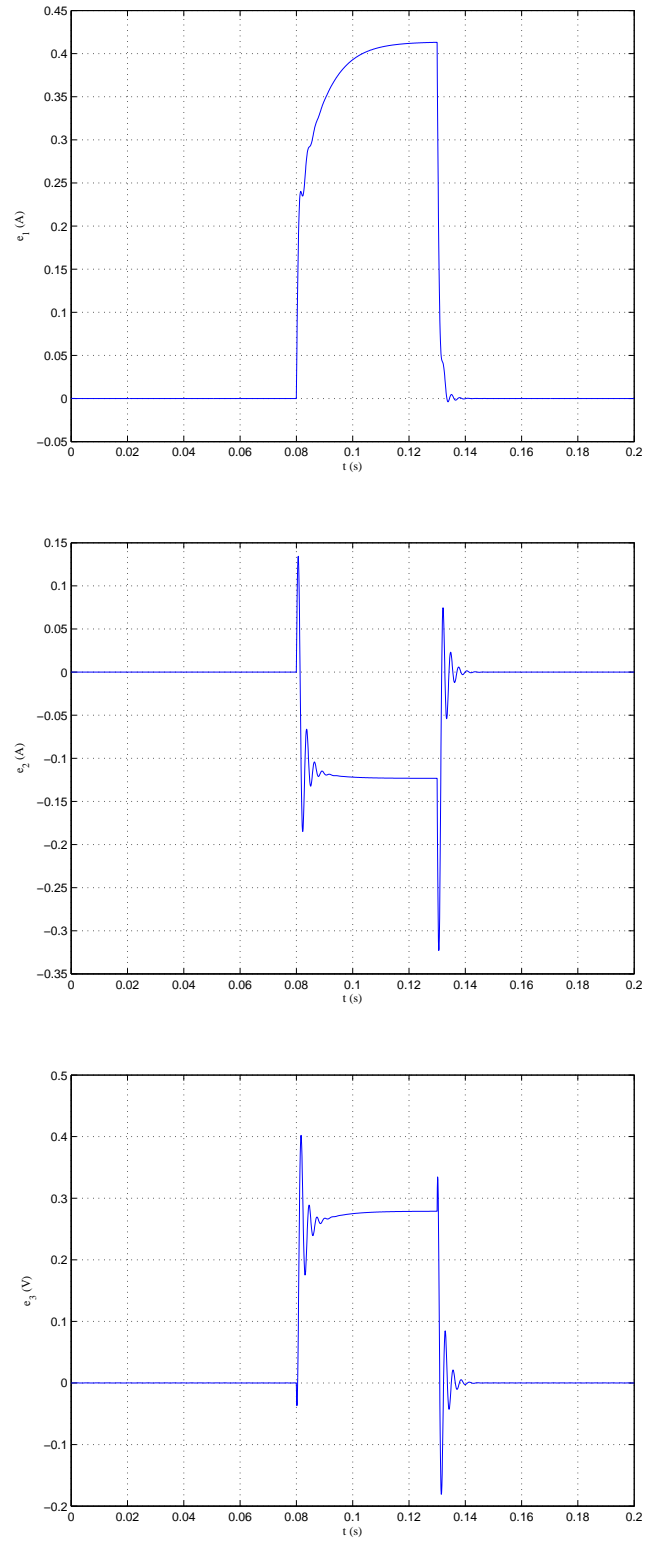


Figure 5.7 – Erreurs d'observation  $\hat{x}_i - x_i, i = 1, 2, 3$ , pour une variation de la résistance de charge 100%

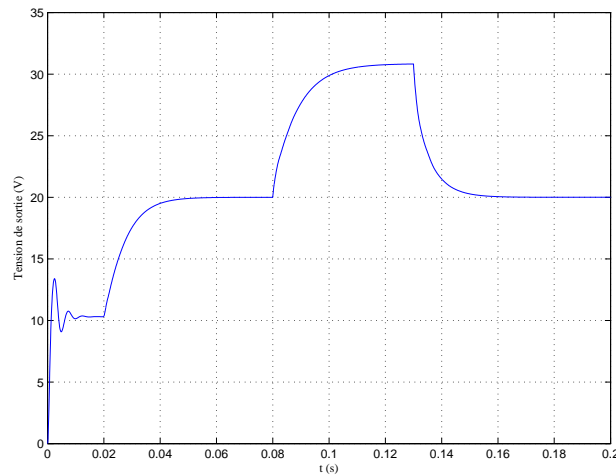


Figure 5.8 – Évolution de la tension de sortie en réponse une variation de 100% de la résistance de charge

seurs mais aussi leurs validations expérimentales. Ainsi, la réponse de la tension de sortie pour un échelon de la tension de référence (variation de 2 volts à partir d'une tension de référence de 20 volts) est donnée dans la Fig. 5.9. Cette réponse a été obtenue en utilisant la même loi de commande que celle utilisée en simulation, c'est-à-dire avec le même réglage des paramètres de l'observateur et du régulateur PI passif. Nous pouvons voir que cette réponse est légèrement plus rapide que celle obtenue en simulation, mais présente un léger dépassement.

Cependant on constate un léger écart statique sur la réponse expérimentale. Ce biais est dû à la dépendance de l'observateur, et également de la loi de commande, à la résistance de charge. De plus, d'une manière générale, ce paramètre inconnu est variant dans le temps. Même si sa valeur est supposée connue dans le banc d'essai, elle évolue facilement avec la température et le temps.

Dans la suite, nous proposons de l'estimer à travers un estimateur par I&I pour la loi IDAPBC, tout en incluant un observateur par I&I. Nous verrons, dans la suite, que l'utilisation de l'approche proposée permet de rendre l'écart statique quasiment nul et négligeable.

## 5.5 Estimateur et observateur pour la loi IDAPBC

Nous avons montré dans le chapitre 4 que la loi IDAPBC conduit à des meilleures performances qu'une régulation fondée sur un régulateur PI passif. Les performances de la régulation de type PI passif sont très bonnes aussi du point de vue

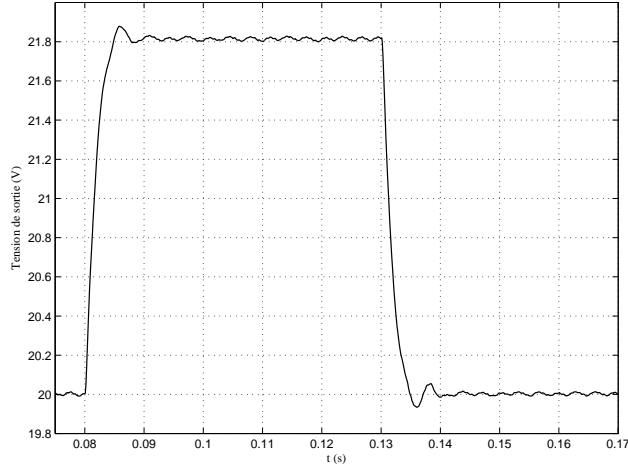


Figure 5.9 – Évolution expérimentale de la tension de sortie  $\frac{x_4}{C_2}$  en réponse à une variation de consigne de 2 volts

de l'application industrielle. De plus, cette loi est proposée en association avec l'observateur d'état développé dans la section précédente pour une classe des modèles. Cependant l'estimation de la charge n'a pu être menée complètement avec cette approche en raison de la complexité de démontrer la stabilité du système complet.

Ainsi, la synthèse IDAPBC conduisant à la loi la plus performante du point de vue de la commande, dans la suite, nous nous concentrons sur cette approche et nous développons une méthodologie de synthèse couplée à un estimateur de charge et un observateur, fondé sur l'approche I&I, appliquées au convertisseur SEPIC. Des éléments de démonstration de stabilité globale sont donnés en considérant un vecteur d'état borné.

### 5.5.0.3 Estimateur de charge

Selon la définition 5.1, l'estimateur est synthétisé dans le cas où la résistance de charge  $R$  est un paramètre à estimer. Elle est considérée constante par morceaux sur des intervalles de temps d'une durée plus importante que le temps de réponse du convertisseur. Notons que c'est un cas de fonctionnement relativement réaliste. Pour la mise en place de cet estimateur, nous n'utilisons pas le modèle Hamiltonien, mais plutôt le modèle bilinéaire pour faciliter les formulations.

Soit la représentation bilinéaire  $\dot{x} = A(\theta)x + Bxu + B_e V_e$ , où  $u$  est le rapport

cyclique,  $\theta = 1/R$  et :

$$A = A_0 + A_1 \theta = \underbrace{\begin{pmatrix} -\frac{r_{L1}}{L_1} & 0 & -\frac{1}{L_1} & -\frac{1}{L_1} \\ 0 & -\frac{r_{L2}}{L_2} & 0 & \frac{1}{L_2} \\ \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_2} & -\frac{1}{C_2} & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{A_0} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{C_2} \end{pmatrix}}_{A_1} \theta \quad (5.44)$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{L_1} & \frac{1}{L_1} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L_2} & -\frac{1}{L_2} \\ -\frac{1}{C_1} & \frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{C_2} & \frac{1}{C_2} & 0 & 0 \end{pmatrix} ; B_e = \begin{pmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.45)$$

On peut supposer, d'après la loi IDAPBC déterminée au chapitre 4, que l'hypothèse d'existence du « régulateur idéal » est valide ici et que la loi de commande est en fonction de  $x$  et  $\theta$  :  $u = v(x, \theta)$ .

**Proposition 5.4.** Soit  $\beta(x)$  une fonction quadratique négative et  $\gamma$  une constante ajoutée pour le conditionnement numérique si nécessaire. La loi de commande adaptative est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\theta}} &= \omega(x, \hat{\theta}) \\ u &= v(x, \gamma \hat{\theta} + \beta(x)) \end{aligned} \quad (5.46)$$

où

$$\omega = -\frac{1}{\gamma} \frac{\partial \beta}{\partial x} (A_0 x + A_1 x (\gamma \hat{\theta} + \beta(x)) + B x v(x, \gamma \hat{\theta} + \beta(x)) + B_e V_e)$$

est GAS et  $\gamma \hat{\theta} + \beta(x)$  est une estimation parfaite de  $\theta$ .

*Démonstration.* Soit  $z = \gamma \hat{\theta} - \theta + \beta(x)$ . Si  $z$  est bornée et  $z \rightarrow 0$ , alors la variété (5.11) devient invariante. La dynamique de  $z$  est :

$$\dot{z} = \gamma \dot{\hat{\theta}} - \dot{\theta} + \frac{\partial \beta}{\partial x} \dot{x} = \gamma \omega + \frac{\partial \beta}{\partial x} (A x + B x v + B_e V_e) \quad (5.47)$$

$$\Rightarrow \dot{z} = \gamma \omega + \frac{\partial \beta}{\partial x} (A_0 x + A_1 x (\gamma \hat{\theta} + \beta(x)) + B x v(x, \gamma \hat{\theta} + \beta(x)) + B_e V_e) \quad (5.48)$$

Choisissons :

$$\omega = -\frac{1}{\gamma} \frac{\partial \beta}{\partial x} (A_0 x + A_1 x (\gamma \hat{\theta} + \beta(x)) + B x v(x, \gamma \hat{\theta} + \beta(x)) + B_e V_e) \quad (5.49)$$



Nous obtenons la dynamique suivante du système total :

$$\begin{cases} \dot{z} = -\left(\frac{\partial\beta}{\partial x}A_1x\right)z \\ \dot{x} = A_0x + A_1x(\gamma\hat{\theta} + \beta(x) - z) + Bxv(x, \gamma\hat{\theta} + \beta(x)) + B_eV_e \end{cases} \quad (5.50)$$

Soit la fonction  $\beta$  telle que  $\frac{\partial\beta}{\partial x} = (\star \star \star \chi(x))^\top$ , au regard de la matrice  $A_1$  on obtient  $A_1x = (0 \ 0 \ 0 \ -x_4/C_2)^\top$  et donc,  $-\frac{\partial\beta}{\partial x}A_1x = \frac{\chi(x)x_4}{C_2}$ .

Si l'on choisit  $\chi(x) = -\lambda x_4$ , la dynamique de  $z$  devient  $\dot{z} = -\lambda \frac{x_4^2}{C_2} z$ ,  $\lambda > 0$  étant le paramètre de réglage. Cette dynamique est GAS si l'intégrale de  $x_4^2$  est divergente. La fonction  $\beta(x)$  peut donc être choisie comme  $\beta(x) = -\lambda \frac{x_4^2}{2}$ .

Comme  $z$  converge asymptotiquement vers zéro, la charge est parfaitement estimée. Cependant, la stabilité de la dynamique totale (5.50) doit encore être démontrée. Des éléments de preuve seront apportés après la synthèse de l'observateur d'état.  $\square\square\square$

En résumé le modèle dynamique de l'estimateur et la loi de commande sont donnés, à partir du modèle bilinéaire du convertisseur (représenté par les matrices  $A_0, A_1, B$  et  $B_e$ , par la relation suivante :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\theta}} &= -\frac{1}{\gamma} \frac{\partial\beta}{\partial x} (A_0x + A_1x(\gamma\hat{\theta} + \beta(x)) + Bxv(x, \gamma\hat{\theta} + \beta(x)) + B_eV_e) \\ u &= v(x, \gamma\hat{\theta} + \beta(x)) \end{aligned} \quad (5.51)$$

où  $\beta(x) = -\lambda \frac{x_4^2}{2}$  et  $v(x, \gamma\hat{\theta} + \beta(x))$  est la loi de commande en boucle fermée (issue de la synthèse par IDAPBC dans notre cas).

#### 5.5.0.4 Observateur

Dans cette section, nous appliquons la démarche issue du théorème 5.2. Comme dans le cas de l'estimation de charge, le modèle bilinéaire est utilisé afin de simplifier la procédure de synthèse. La représentation découplée correspondant à (5.12) devient :

$$\begin{cases} \dot{\eta} = A_{11}\eta + A_{12}y + (B_1\eta + E_1y)u + GV_e \\ \dot{y} = A_{21}\eta + A_{22}y + (B_2\eta + E_2y)u \end{cases} \quad (5.52)$$

où :

$$A_{11} = \begin{pmatrix} -\frac{r_{L1}}{L_1} & 0 & -\frac{1}{L_1} \\ 0 & -\frac{r_{L2}}{L_2} & 0 \\ \frac{1}{C_1} & 0 & 0 \end{pmatrix}, A_{12} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{L_1} \\ \frac{1}{L_2} \\ 0 \end{pmatrix}, A_{21} = \begin{pmatrix} \frac{1}{C_2} & -\frac{1}{C_2} & 0 \end{pmatrix}, A_{22} = -\frac{1}{RC_2},$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{L_1} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L_2} \\ -\frac{1}{C_1} & \frac{1}{C_1} & 0 \end{pmatrix}, E_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{L_1} \\ -\frac{1}{L_2} \\ 0 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{C_2} & \frac{1}{C_2} & 0 \end{pmatrix}, E_2 = 0, G = \begin{pmatrix} \frac{1}{L_1} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

**Proposition 5.5.** Soit  $\beta(\xi, y, t) = \mathcal{A}\xi + \mathcal{B}$ , (fonction affine) où  $\mathcal{A}$  et  $\mathcal{B}$  sont des matrices et soit  $\phi(\eta, y, t)$  une fonction linéaire de  $\eta$ . Le système ayant la dynamique (5.17) en utilisant (5.52) pour remplacer  $f_1$  et  $f_2$ , est un observateur global de (5.52). Par ailleurs, cet observateur est robuste vis-à-vis de l'incertitude de la charge.

*Démonstration.* Pour simplifier la synthèse et sans perte de généralité, soit  $\phi(\eta, y, t) = \gamma(y)\eta$  et  $e_\eta = \hat{\eta} - \eta$ . La dynamique de  $z$  est donc :

$$\begin{aligned} \dot{z} = & - \frac{\partial \beta}{\partial y} [A_{21}\hat{\eta} + A_{22}y + (B_2\hat{\eta} + E_2y)u \\ & - (A_{21}\eta + A_{22}y + (B_2\eta + E_2y)u)] \\ & + \frac{\partial \phi}{\partial y} \big|_{\eta=\hat{\eta}} (A_{21}\hat{\eta} + A_{22}y + (B_2\hat{\eta} + E_2y)u) \\ & - \frac{\partial \phi}{\partial y} (A_{21}\eta + A_{22}y + (B_2\eta + E_2y)u) \\ & + \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \big|_{\eta=\hat{\eta}} (A_{11}\hat{\eta} + A_{21}y + (B_1\hat{\eta} + E_1y)u + GV_e) \\ & - \frac{\partial \phi}{\partial \eta} (A_{11}\eta + A_{21}y + (B_1\eta + E_1y)u + GV_e) \\ & + \frac{\partial \phi}{\partial t} \big|_{\eta=\hat{\eta}} - \frac{\partial \phi}{\partial t} \end{aligned} \quad (5.53)$$

Nous pouvons voir que  $\frac{\partial \phi}{\partial t} \big|_{\eta=\hat{\eta}} = \frac{\partial \phi}{\partial t}$ ,  $\frac{\partial \phi}{\partial \eta} \big|_{\eta=\hat{\eta}} = \frac{\partial \phi}{\partial \eta} = \gamma(y)$ ,  $\frac{\partial \phi}{\partial y} \big|_{\eta=\hat{\eta}} = \gamma'(y)\hat{\eta}$ , et  $\frac{\partial \phi}{\partial y} = \gamma'(y)\eta$ . De plus,  $\hat{\eta} = \phi^L(\beta, y, t) = \gamma^{-1}(y)\eta$ , ce qui implique que  $\hat{\eta} = \gamma^{-1}(y)\beta$  et  $z = \beta - \phi = \gamma(y)[\hat{\eta} - \eta] = \gamma(y)e_\eta$ .

Nous avons donc :

$$\begin{aligned}
 \dot{z} = & - \frac{\partial \beta}{\partial y} (A_{21} e_\eta + B_2 e_\eta u) \\
 & + \gamma'(y) [A_{21} (\hat{\eta}^2 - \eta^2) + A_{22} y e_\eta + B_2 (\hat{\eta}^2 - \eta^2) u + E_2 y e_\eta u] \\
 & + \gamma(y) (A_{11} e_\eta + B_1 e_\eta u) \\
 = & - \underbrace{\left[ \frac{\partial \beta}{\partial y} (A_{21} + B_2 u) - \gamma'(y) (A_{22} y + E_2 y) u - \gamma(y) (A_{11} + B_1 u) \right]}_{\alpha_{obs}} \gamma^{-1}(y) z \\
 & + \gamma'(y) (A_{21} + B_2 u) (\hat{\eta}^2 - \eta^2)
 \end{aligned} \tag{5.54}$$

Une dynamique GAS pour  $z$  peut être obtenue si :

$$\begin{cases} \frac{\partial \beta}{\partial y} (A_{21} + B_2 u) - \gamma'(y) (A_{22} y + E_2 y) u - \gamma(y) (A_{11} + B_1 u) \geq k(y) \gamma(y) \\ \gamma'(y) (A_{21} + B_2 u) = 0 \end{cases} \tag{5.55}$$

où  $k(y) > 0 \forall y$ . Ceci indique que  $\dot{z} = -\alpha_{obs} z$  avec  $\alpha_{obs} > 0$ .

Afin de satisfaire (5.55), soit  $\gamma(y) = \Gamma$ ,  $\Gamma \in \mathbb{R}$  supposé constant, donc  $\gamma'(y) = 0$  et choisissons aussi  $k(y) = \kappa I - (A_{11} + B_1 u)$ ,  $\kappa > 0$ . En pratique, ce choix est possible, car comme  $u$  et  $y$  sont bornés,  $\exists \kappa \mid k(y) > k_0 > 0 \forall y$ . Les conditions (5.55) deviennent alors :

$$\frac{\partial \beta}{\partial y} (A_{21} + B_2 u) \geq (\kappa \Gamma) I \tag{5.56}$$

En notant  $\frac{\partial \beta}{\partial y} = (\beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3)^\top$ , (5.56) devient :

$$\text{sym} \left\{ \begin{pmatrix} (1-u)\beta_1 - \kappa \Gamma & -(1-u)\beta_1 & 0 \\ (1-u)\beta_2 & -(1-u)\beta_2 - \kappa \Gamma & 0 \\ (1-u)\beta_3 & -(1-u)\beta_3 & -\kappa \Gamma \end{pmatrix} \right\} \geq 0 \tag{5.57}$$

Finalement, les conditions de stabilité sont établies à partir de (5.57) en utilisant le critère de Sylvester, ce qui donne :

$$\begin{cases} (1-u)\beta_1 - \kappa \Gamma \geq 0 \\ 1/4(4\Gamma^2 \kappa^2 - 4\beta_2 \Gamma \kappa (-1+u) - 2\beta_2^2 (-1+u)^2 + \dots \\ \dots + 2\beta_1 (-1+u) (\beta_2 + 2\Gamma \kappa - \beta_2 u)) \geq 0 \\ 1/4\Gamma \kappa (2(-2\Gamma^2 \kappa^2 + \beta_3^2 (-1+u)^2) + 4\beta_2 \Gamma \kappa (-1+u) + \dots \\ \dots + (\beta_1^2 + \beta_2^2) (-1+u)^2 - 2\beta_1 (-1+u) (\beta_2 + 2\Gamma \kappa - \beta_2 u)) \geq 0 \end{cases} \tag{5.58}$$

Pour satisfaire (5.58), nous choisissons  $\beta = (\beta(1) \ \beta(2) \ \beta(3))^\top$  tel que :

$$\beta_1 = \frac{\kappa\Gamma}{1 - u_{\min}} \Rightarrow \beta(1) = \beta_1 y + \xi_1 + a \quad (5.59)$$

où  $\xi_1 + a > 0$ .

$$\beta_2 = \frac{\kappa\Gamma}{1 - u_{\min}} \Rightarrow \beta(2) = \beta_2 y + \xi_2 + b \quad (5.60)$$

où  $\xi_2 + b \leq \xi_1 + a$ .

$$\beta_3 = 0 \Rightarrow \beta(3) = \beta_3 y + \xi_3 + c \quad (5.61)$$

Les inégalités (5.58) exigent aussi que  $\kappa\Gamma < 0$ . Donc,  $\kappa > 0 \Rightarrow \Gamma < 0$ . En réalité :

- (5.58) ne nécessite pas l'ajout des termes en  $\xi$  aux variables  $\beta$ ,
- cependant, ces termes doivent être ajoutés pour rendre  $\frac{\partial\beta}{\partial\xi}$  inversible (relation (5.15),
- en conséquence,  $a$ ,  $b$  et  $c$  doivent être ajoutées aux variables  $\beta$  afin de compenser l'effet des termes  $\xi$  et ainsi satisfaire (5.58).

L'observateur a maintenant cinq paramètres de réglage ( $\kappa$ ,  $\Gamma$ ,  $a$ ,  $b$  et  $c$ ) :

- En ce qui concerne leur choix numérique,  $a$ ,  $b$  et  $c$  peuvent facilement être fixés car les plages de variation maximales des termes  $\xi$  peuvent être déterminées à partir des plages de variation physique du vecteur d'état. De plus,  $u_{\min}$  est fixée ici, même si sa valeur admissible peut varier légèrement, selon le chapitre 2. Ceci n'est pas un problème, car cette variation peut également être compensée par  $a$  et  $b$ .
- Concernant  $\kappa$  et  $\Gamma$ ,  $\kappa$  doit être choisi assez grand pour satisfaire (5.56), alors que  $\Gamma$  peut être choisi arbitrairement.
- Enfin,  $\beta$  étant une fonction affine de  $\xi$  et  $\phi$  étant une fonction linéaire de  $\eta$ , la démonstration est faite.

□□□

Le modèle dynamique de l'observateur  $\dot{\xi} = \alpha(\xi, y, t)$  est finalement donné par la relation (5.17) avec  $\frac{\partial\beta}{\partial y} = (\beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3)^\top$ ,  $\phi = \Gamma\eta$ ,  $\hat{\eta} = \Gamma^{-1}\beta$  et :

$$\beta = \begin{pmatrix} \beta(1) \\ \beta(2) \\ \beta(3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_1 y + \xi_1 + a \\ \beta_2 y + \xi_2 + b \\ \beta_3 y + \xi_3 + c \end{pmatrix} \quad (5.62)$$

Puisque  $\gamma'(y) = 0$ , on peut remarquer d'après (5.54) que la présence du seul terme ( $A_{22}$ ) qui contient la résistance  $R$  est annulé. Par conséquent, l'observateur ne dépend pas de  $R$  et est robuste vis-à-vis des incertitudes sur sa valeur. Ainsi, malgré le conservatisme de la forme des fonctions choisies pour la synthèse, cette famille particulière d'observateurs semble une bonne option.

### 5.5.0.5 Stabilité globale

Après avoir synthétisé l'estimateur et l'observateur, la stabilité globale doit être re-vérifiée. Le système étant non linéaire, le principe de séparation ne s'applique pas. Afin d'éviter toute confusion entre la dynamique  $z$  de l'estimateur de charge et celle de l'observateur, ces deux dynamiques seront désormais notées par  $z_{est}$  pour l'estimateur et  $z_{obs}$  pour l'observateur. En outre, le modèle bilinéaire est ré-utilisé dans la démonstration. Nous démontrons que l'observateur et l'estimateur convergent asymptotiquement, tandis que le vecteur d'état a une limite ultime<sup>9</sup>.

De plus, le principe de la démonstration suppose que l'entrée de commande et l'estimation de la charge ont des limites supérieures et inférieures, c'est-à-dire, l'expression de la loi de commande (rapport cyclique) est bornée par 1. Cependant, ces hypothèses rendent la démonstration très conservatrice du point de vue théorique, mais en pratique, elles sont réalistes dans le cas des convertisseurs DC-DC. Néanmoins, cette démonstration doit être améliorée en essayant d'établir une preuve mathématique moins conservatrice et plus rigoureuse, en prenant en compte l'expression explicite de la loi de commande.

Même si les limites ultimes ne garantissent pas la stabilité asymptotique, les résultats de la section 5.5.0.6 montrent des très bonnes performances, tant du point de vue de la convergence des estimations que de la régulation de la tension de sortie.

**Proposition 5.6.** *Le système complet en boucle fermée, constitué du convertisseur associé à la loi IDAPBC, à l'estimateur et à l'observateur par I&I, est globalement stable. Plus précisément, la charge et l'état estimés convergent asymptotiquement vers leurs valeurs réelles tandis que l'état du convertisseur a une limite ultime. De plus,  $\exists \mu_2 > 0$  et un ensemble positif invariant<sup>10</sup>  $\Pi(x) \leq \mu_2$  tel que  $x$  a une limite ultime.*

*Démonstration.* Soit la transformation  $X = x - x_{ref}$ , où  $x$  est le vecteur d'état du modèle bilinéaire  $\dot{x} = Ax + Bxu + B_e V_e$  et  $x_{ref}$  est sa valeur de référence. Prenons  $V(X, z_{est}, z_{obs}) = \frac{1}{2}X^\top PX + \frac{1}{2}z_{est}^2 + \frac{1}{2}z_{obs}^\top z_{obs}$ , où  $P > 0$ , comme fonction de Lyapunov candidate. Notre but est d'avoir  $(X \ z_{est} \ z_{obs})^\top = (0 \ 0 \ 0)^\top$  ou borné au moins.

$$\dot{V} = \Delta - \lambda \frac{x_4^2}{C_2} z_{est}^2 - z_{obs}^\top \frac{(\alpha_{obs} + \alpha_{obs}^\top)}{2} z_{obs} \quad (5.63)$$

Le troisième terme de (5.63) est strictement négatif d'après (5.55). Il reste alors à

9.  $\chi$  est une limite ultime pour  $x$  si  $\|x\| < \chi$  quand  $t \rightarrow \infty$

10. Un ensemble  $\Pi$  est positif invariant si  $x(t_0) \in \Pi$  implique que  $x(t) \in \Pi \ \forall t > t_0$

démontrer que  $\Delta < 0$ .

$$\begin{aligned}
\Delta &= X^\top (A^\top P + PA)X + X^\top (B^\top P + PB)uX \\
&+ (B_e^\top V_e + x_{ref}^\top A^\top + x_{ref}^\top B^\top u)PX \\
&+ X^\top P(B_e V_e + A x_{ref} + B x_{ref} u) \\
&= X^\top (A_0^\top P + PA_0)X + X^\top (A_1^\top P + PA_1)\theta X + X^\top (B^\top P + PB)uX \\
&+ (B_e^\top V_e + x_{ref}^\top A_0^\top + x_{ref}^\top A_1^\top \theta + x_{ref}^\top B^\top u)PX \\
&+ X^\top P(B_e V_e + A_0 x_{ref} + A_1 x_{ref} \theta + B x_{ref} u)
\end{aligned} \tag{5.64}$$

où  $A$ ,  $B$  et  $B_e$  sont donnés par le modèle bilinéaire du convertisseur (5.44) et (5.45).

Soit :

$$A_0^\top P + PA_0 = -Q_{A_0} \quad (Q_{A_0} > 0) \quad (A_0 \text{ est stable})$$

$$A_1^\top P + PA_1 = -Q_{A_1} \quad (Q_{A_1} \geq 0)$$

$$B^\top P + PB = -Q_B$$

$$u_{min} \leq u \leq 1, \text{ et } \theta_{min} \leq |\theta = \gamma \hat{\theta} + \beta(\hat{\eta}, y)| \leq \theta_{max}.$$

Nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned}
\Delta &\leq -X^\top Q_{A_0}X - X^\top Q_{A_1}X\theta - X^\top Q_B uX \\
&+ \left( \|B_e^\top V_e\| + \|x_{ref}^\top A_0^\top\| + \|x_{ref}^\top A_1^\top\| \theta_{max} + \|x_{ref}^\top B^\top\| \right) \|PX\| \\
&+ \|X^\top P\| (\|B_e V_e\| + \|A_0 x_{ref}\| + \|A_1 x_{ref}\| \theta_{max} + \|B x_{ref}\|)
\end{aligned} \tag{5.65}$$

Posons  $\|B_e V_e\| + \|A_0 x_{ref}\| + \|A_1 x_{ref}\| \theta_{max} + \|B x_{ref}\| = N/2$ , où  $N$  est une constante positive. Comme  $\|PX\| = \|X^\top P\|$  car  $\|v\| = \|v^\top\|$  (avec  $\|\cdot\|$  la norme Euclidienne), on peut écrire

$$\begin{aligned}
\Delta &\leq -\sigma_{min}(Q_{A_0}) \|X\|^2 - \sigma_{min}(Q_{A_1}) \theta_{min} \|X\|^2 \\
&- \sigma_{min}(Q_B) u_{min} \|X\|^2 + N \sigma_{max}(P) \|X\| \\
\Delta &\leq -\overbrace{(\sigma_{min}(Q_{A_0}) + \sigma_{min}(Q_{A_1}) \theta_{min} + \sigma_{min}(Q_B) u_{min})}^{\mathcal{L}} \|X\|^2 \\
&+ N \sigma_{max}(P) \|X\| \\
\Delta &\leq -\mathcal{L} \|X\|^2 + N \sigma_{max}(P) \|X\| = -\mathcal{L} \rho \|X\|^2 - \mathcal{L} (1 - \rho) \|X\|^2 \\
&+ N \sigma_{max}(P) \|X\|
\end{aligned} \tag{5.66}$$

où  $0 < \rho < 1$  et  $\sigma$  est la valeur singulière. En conséquence  $\Delta < 0$  si  $\|X\| > \frac{N \sigma_{max}(P)}{\mathcal{L}(1 - \rho)} = \mu_1$ .

Ceci implique que  $\dot{V} < 0 \forall z_{est} \neq 0, z_{obs} \neq 0$  et  $\|X\| > \mu_1$ . Donc,  $z_{est}$  et  $z_{obs}$  convergent globalement asymptotiquement vers zéro, tandis que  $X$  a une limite ultime. En effet :

Paramètre	$\lambda$ (PBC)	$\lambda$ (SMC)	$\gamma$	$a$	$b$	$c$	$\kappa$	$\Gamma$
Valeur	0,002	0,001	1	1	0,5	0,1	$10^{-4}$	-0,05

Tableau 5.1 – Paramètres de l’estimateur et de l’observateur

- d’une part  $\mu_1$  peut être rendu assez faible par le choix de  $P$
- d’autre part, soit  $\mu_2 = \mu_1^2 \sigma_{\max}(P)$  et sachant que  $\Pi(X) = X^\top P X < \sigma_{\max}(P) \|X\|^2$
- nous pouvons voir que  $\Pi > \mu_2 \Rightarrow \|X\| > \mu_1$  ; par conséquent,  $\Pi \leq \mu_2$  est un ensemble positif invariant.

Ceci assure que quel que soit le point de départ de la trajectoire de  $X$ , elle rentrera et restera dans l’ensemble  $\Pi \leq \mu_2$  après un temps fini. Le système total est ainsi globalement stable.  $\square\square\square$

#### 5.5.0.6 Simulations et résultats expérimentaux

Les performances du système complet sont testées et analysées en simulation sous MATLAB® Simulink® et ensuite validés sur le prototype expérimental du convertisseur SEPIC. Afin de mettre en évidence les performances obtenues avec la loi IDAPBC, elles sont comparées avec celles obtenues avec la commande par modes glissants du paragraphe 3.1.3.2.1 du chapitre 3.

Notons que la loi de commande par modes glissants est utilisée ici en association avec l’estimateur de charge et l’observateur en vue de s’affranchir de la méconnaissance de la charge. Le paramètre  $\lambda$  de l’estimateur a été réglé d’une manière différente que pour le cas de la loi IDAPBC, tandis que le réglage des paramètres de l’observateur reste identique.

Les paramètres de l’estimateur et de l’observateur synthétisés sont donnés dans le tableau 5.1 et comme les essais précédents, deux types de tests ont été effectués.

Les essais effectués ont porté sur des variations de consigne et de charge :

- Tension de référence  $V_{ref} = 20$  V
- Variation de consigne entre 20 V et 22 V, soit  $\Delta V = 2$  V, pour une résistance de charge  $R = 22\Omega$  (correspondant à une variation de puissance de 18W à 22W)
- Variation de la résistance charge entre  $22\Omega$  et  $44\Omega$ , pour une consigne  $V_{ref} = 20$ V, soit une variation de puissance de 9W à 18W.

La Fig. 5.10 montre les réponses obtenues en simulation avec les deux lois IDAPBC et SMC aux variations de la consigne et de la charge, les réponses expérimentales correspondantes sont montrées par les enregistrements de la Fig. 5.11.

A titre comparatif, les résultats obtenus, en simulation et expérimentalement, sont montrés simultanément par les Figs. 5.12 et 5.13 pour chacune des lois

IDAPBC et SMC, en réponse aux variations de la consigne et de la charge respectivement.

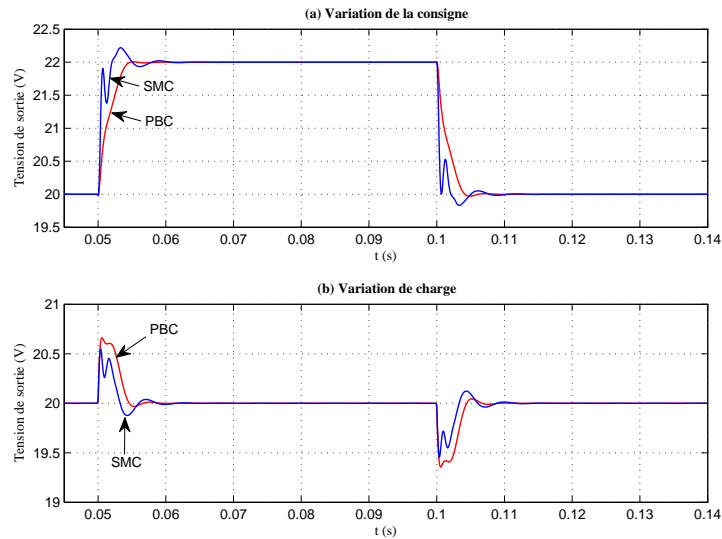


Figure 5.10 – Réponses en simulation aux variations de la consigne et de la charge

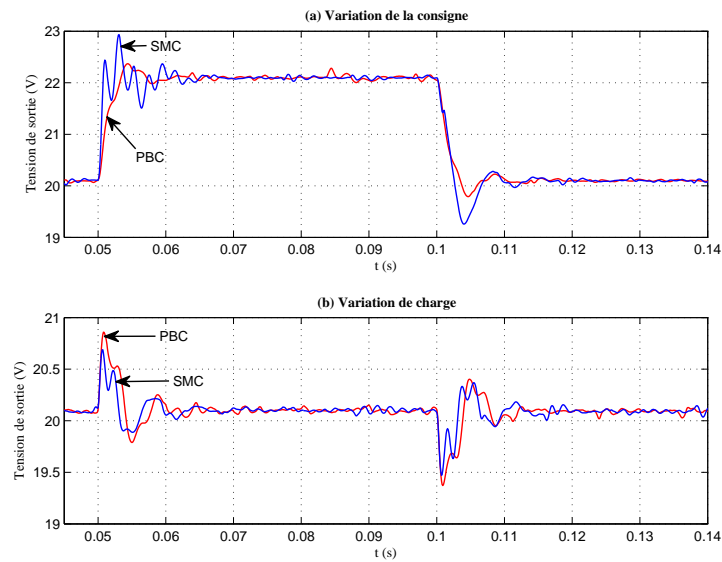


Figure 5.11 – Réponses expérimentales aux variations de la consigne et de la charge

L'analyse des différentes évolutions temporelles, données pas ces figures, suggère les commentaires suivants :



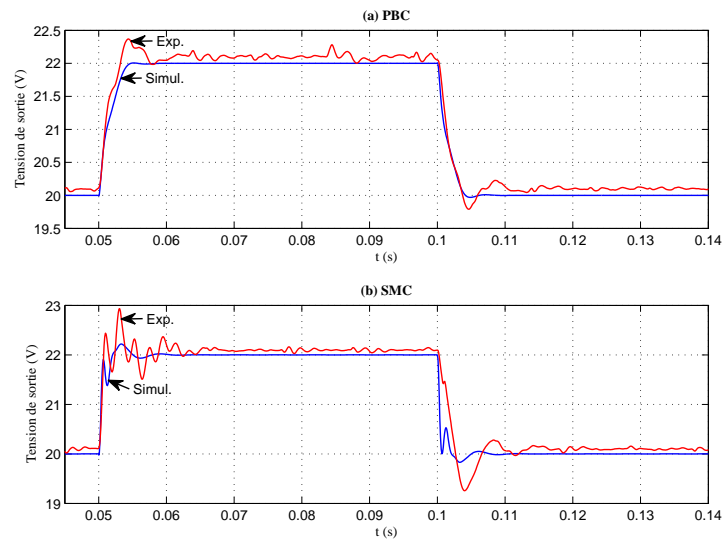


Figure 5.12 – Réponses en simulation et expérimentales à la variation de la consigne

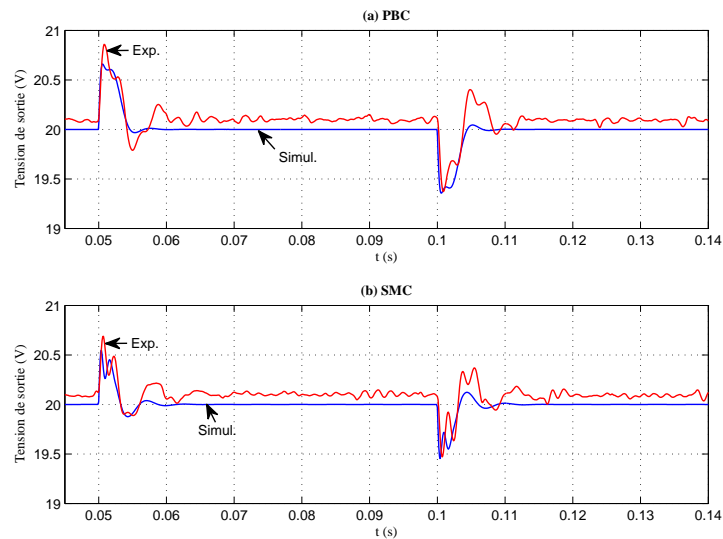


Figure 5.13 – Réponses en simulation et expérimentales à la variation de la charge

- D'après les Figs. 5.10 et 5.11, nous pouvons voir que la PBC offre des meilleures performances et est moins sensible aux bruits que la SMC
- Les deux lois de commande (PBC et SMC) conduisent à un meilleur niveau de performances que celui obtenu avec les lois de commande linéaires comme la commande PI et la commande par retour d'état linéaire données

au chapitre 3.

- Un temps de réponse d'environ 5 ms est obtenu avec la loi IDAPBC, ce qui est plus rapide comparativement aux autres approches. Cette rapidité et la robustesse des approches proposées vis-à-vis de la variation du point de fonctionnement sont aussi confirmées expérimentalement.
- De plus, les Figs. 5.12 et 5.13 montrent que l'écart statique observé sur les réponses expérimentales, maintenant présent en raison seulement des incertitudes des gains du capteur de la tension de sortie et de la chaîne d'acquisition, est très faible voire négligeable. Il est désormais de l'ordre de 0,3%, ce qui montre l'efficacité des approches proposées.
- Finalement, comme mentionné dans la section 5.5.0.5, les résultats montrent des bonnes performances en termes de stabilité à travers une erreur statique nulle. Par ailleurs, ces résultats montrent que l'état et la résistance de charge sont estimés, respectivement par l'observateur et l'estimateur de charge, d'une façon rapide et précise. Cela confirme donc l'efficacité et la robustesse de l'approche d'observation/estimation par I&I.
- Enfin la Fig. 5.14 illustre la performance de l'estimateur de charge en montrant les valeurs de la résistance réelle et estimée. Le temps de réponse de l'estimateur de charge est d'environ 1 ms.

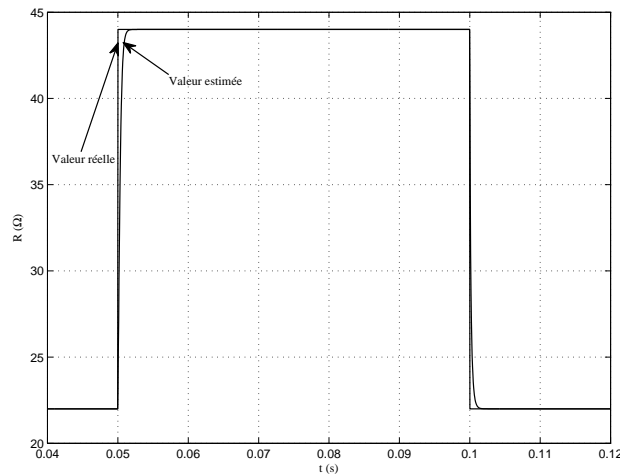


Figure 5.14 – Valeurs réelle et estimée en simulation de la résistance de charge

## 5.6 Conclusions

Le problème de stabilisation de convertisseurs DC-DC non linéaires au sens large a été traité dans ce chapitre. Les méthodologies proposées ont comme fil conducteur d'obtenir des lois de commande robustes et adaptatives (comparativement au point de fonctionnement et à la charge) avec une formulation théorique structurée et en même temps une facilité d'implantation en temps réel dans un objectif de l'extension de ces méthodes vers un environnement industriel.

Le convertisseur SEPIC, difficile à piloter, a été choisi comme cadre d'application. De plus, son architecture (commande de l'interrupteur référencé par rapport à la masse, élévateur/abaisseur, ...) présente des caractéristiques intéressantes pour des applications pratiques. Dans le chapitre 4, nous avons proposé deux lois de commande non linéaires fondées sur la théorie de passivité : commande PI passive et IDAPBC. Ces approches nécessitent l'accès au vecteur d'état et à certains paramètres, dont le plus influant et incertain est la résistance de charge. Pour répondre à ce problème, le principe d'immersion et invariance (I&I) a été exploité pour synthétiser un estimateur de charge et un observateur d'état pour la loi IDAPBC et un autre observateur pour la loi PI. Nous avons donc proposé une synthèse systématique de {modélisation–estimation–observation–commande} avec des éléments de preuves de stabilité mathématiques. Ces approches ont, d'autre part, montré une facilité d'implantation pratique en temps réel.

Concernant la loi de type régulateur PI passif, nous avons pu définir une classe de convertisseurs DC-DC pour laquelle une commande PI par retour de sortie passive stabilise le système en boucle fermée. La solution du problème de synthèse est donnée sous la forme d'une LMI qui peut être facilement vérifiée avec des outils de calcul standards. En effet, la construction d'un observateur a été réalisée en utilisant les techniques d'I&I. Pour simplifier la synthèse, nous avons appliqué la version fondamentale d'I&I en définissant la variété via des fonctions séparées et en prenant des fonctions linéaires pour  $\beta$ . En revanche, nous avons pu constater qu'en considérant une classe plus large de ces fonctions, les formulations deviennent assez complexes. L'approche adoptée pour la synthèse de l'observateur est d'éliminer les termes dépendant de l'entrée de commande dans la dérivée de la fonction de Lyapunov, ce qui ramène le problème à une synthèse conservatrice qui diminue la classe admissible des convertisseurs. De plus, cet observateur dépend de la valeur de la charge, ce qui n'a pas d'influence sur la stabilité globale, mais plutôt sur le niveau des performances en conduisant, en particulier, à une erreur statique. Il est aussi possible de montrer que les LMI ne sont pas faisables pour des convertisseurs classiques comme le Boost et le Ćuk. Néanmoins, nous avons pu définir, via une LMI, qu'un tel observateur converge globalement pour la classe

des systèmes bilinéaires de la forme :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A_0x + \sum_{i=1}^m u_i A_i x + E \\ y &= Cx\end{aligned}$$

A notre connaissance et malgré sa simplicité, ce résultat est nouveau.

Au regard des caractéristiques de l'observateur pour la loi PI passive, nous avons proposé un autre observateur pour la loi IDAPBC formulé également à partir de fonctions linéaires pour  $\beta$  et donc fourni une synthèse conservatrice, mais qui ne dépend pas de la charge et est robuste vis-à-vis de ses variations. Cet observateur a été synthétisé d'une manière spécifique sur un convertisseur SEPIC, mais, comme dans le cas de l'observateur pour la loi PI, cette synthèse peut être étendue à une classe de systèmes bien définie. Par ailleurs, associé à l'observateur, un estimateur de la charge a été proposé.

Finalement, d'après les comparaisons des lois régulateur PI passif et IDAPBC dans le chapitre 4 et des lois IDAPBC et SMC dans ce chapitre, nous pouvons constater que la loi IDAPBC, associée à l'estimateur de charge et à l'observateur, possède les meilleures performances parmi toutes les approches présentées dans cette thèse. De plus, elle n'exige que la mesure de la tension de sortie afin d'estimer la charge et le vecteur d'état, ce qui est très intéressant dans un objectif de développement dans un cadre industriel.



# Conclusions générales et perspectives

**N**OUS nous sommes intéressés dans cette thèse aux problèmes de stabilisation des convertisseurs DC-DC de puissance au sens large, tout en assurant de bonnes performances dynamiques. La première raison de cet intérêt a été d'une part de répondre au besoin croissant des systèmes d'alimentation de puissance capables de faire varier largement le niveau de la tension continue en restant stables et en ayant une précision et une rapidité bien définies. La deuxième raison est de répondre aux nombreuses difficultés toujours existantes concernant la commande des convertisseurs DC-DC d'ordre élevé. De ce fait, un des objectifs de ces travaux de thèse a été de tenter de rapprocher les travaux propres à l'électronique de puissance et ceux du domaine de l'automatique (et inversement).

Dans le cadre de ces travaux de thèse, le convertisseur DC-DC de type SEPIC (présentant plusieurs avantages du point de vue des problèmes de l'électronique de puissance, mais difficile à piloter du point de vue de l'automatique) a été choisi pour analyser et valider plus précisément les concepts généraux utilisés ainsi que les performances des lois de commande obtenues. Nous avons donc illustré plus particulièrement nos approches sur ce convertisseur, en montrant que leurs extensions à d'autres convertisseurs seraient également faciles.

D'une manière générale, nous avons essayé de contribuer au renforcement de la liaison entre les principes de modélisation non linéaires pour les convertisseurs DC-DC et celles de la synthèse des lois de commande fiables et robustes vis-à-vis des variations paramétriques et les imperfections des modèles mathématiques par rapport aux éléments réels en commutation des convertisseurs. Concernant les problèmes d'amortissement, nous avons trouvé dans la littérature soit des méthodes fondées sur l'utilisation de circuits auxiliaires d'aide à l'amortissement et à la stabilisation, ou encore fondée sur une bonne formulation théorique des problèmes de stabilisation, mais qui s'avèrent souvent difficiles à exploiter pratiquement et en particulier dans un environnement industriel. Par conséquent, nous

avons proposé des méthodes entièrement fondées sur l'exploitation d'approches formalisées (synthèse des régulateurs, d'observateurs et d'estimateurs de paramètres) afin d'obtenir des lois de commande robustes et permettant de garantir *a priori* la stabilité dans tout le domaine de fonctionnement du convertisseur.

Au cours de nos travaux de recherche, comme dans tout problème d'automatique, la phase de modélisation a été un préalable aux phases d'analyse et de synthèse. Lors de nos études, ces trois phases ont toujours été prises en compte d'une manière simultanée et systématique pour assurer la formalisation des approches méthodologiques avec comme objectifs de mettre en place des associations {modèle–loi de commande} cohérentes.

Concernant la modélisation, nous avons effectué un état de l'art des principes et des modèles existants. Les différents modèles ont été classifiés et leurs potentialités vis-à-vis de leur exploitation théorique et pratique pour la synthèse de lois de commande a été analysée. Nous avons alors proposé une procédure systématique pour l'analyse des convertisseurs DC-DC du point de vue de la synthèse de lois de commande. Cette procédure consiste à pré-dimensionner les composants du convertisseur pour fonctionner à une fréquence de commutation fixe définie *a priori*. Ensuite, elle donne une méthode d'évaluation des marges de fonctionnement d'un point de vue adapté pour la synthèse de lois de commande. La procédure d'analyse a également intégré l'aspect comportement non linéaire et surtout la caractérisation du phénomène du déphasage non minimal. Elle s'est conclue par l'analyse de la corrélation entre le modèle moyen et le circuit prototype. Nous avons pu constater que le convertisseur SEPIC présente un déphasage non minimal fortement variable avec le point de fonctionnement décrit par la résistance de charge et le rapport cyclique.

Après avoir liée la modélisation à la synthèse des lois de commande à travers la phase d'analyse du point de vue de l'automatique, plusieurs principes permettant de résoudre les problèmes de stabilité des convertisseurs d'ordre élevé ont été exploités et des lois de commande adaptatives (en particulier par rapport à la variation de la charge) ont été proposées. Pour ce faire, différentes structures de commande, et de méthodologies de réglage, assurant d'une part la stabilité dans tout le domaine de fonctionnement, d'autre part un niveau de performances comparable aux exigences de certaines applications industrielles ont été proposées. Dans un premier temps, deux stratégies de commande par modes glissants ont été proposées avec une méthode de conception légèrement différente que celles utilisées « classiquement », tout en assurant une fréquence de commutation constante. Nous avons également proposé un observateur par modes glissants, intégré avec les stratégies de commande, pour estimer l'état du convertisseur. Au final cette

approche a conduit à des lois de commande par retour de sortie. Cependant, avec cette approche, un estimateur de charge (supposée variante dans le temps) n'a pas conduit à des résultats satisfaisants.

Une deuxième approche de la commande a été d'exploiter les outils théoriques de passivité. Pour cette approche de synthèse des lois de commande, nous avons utilisé les modèles énergétiques d'Euler-Lagrange et Hamiltonien bien adaptés à la formulation et à la « vision » énergétique des convertisseurs. Un des intérêts de cette méthodologie de modélisation est qu'elle conduit à des représentations bien adaptées à leur exploitation par les principes de la passivité. Deux lois de commande (IDAPBC et PI passive) ont été proposés. Un point important de cette approche, bien qu'elle ne soit pas la seule, est d'obtenir des lois de commande dont la stabilité est garantie dans tout le domaine de fonctionnement sans utiliser une approche plus « classique » faisant appel à des linéarisations locales. Cependant, une remarque est que pour une même manière de formuler le problème de synthèse, le choix de la variable d'état fixée dans le calcul explicite de la loi de commande peut conduire à des formulations et des performances diverses (comme cela a été vu, par exemple, pour le cas du Buck avec la méthode de Damping Injection). On peut aussi noter que l'approche n'introduit pas de critères explicites sur les performances dynamiques qui devront être validés a posteriori.

Enfin, les principes d'immersion et invariance pour synthétiser un observateur d'état et un estimateur de charge, ont été associés aux lois de commande par passivité en vue d'une part de limiter le nombre de capteurs, d'autre part d'obtenir une loi de commande adaptée au point de fonctionnement. Ainsi, nous avons pu proposer une procédure formalisée de {modélisation–commande–observation–estimation} permettant d'assurer la stabilité dans tout le domaine de fonctionnement. En complément de cette approche de la commande, nous avons aussi pu définir une classe de systèmes auxquels une loi de commande fondée sur un régulateur PI passif assure la stabilité asymptotique globale. Les méthodologies issues des approches de la passivité ont montré de meilleures performances que celles obtenues par l'approche par modes glissants. Et plus précisément, la synthèse par l'approche IDAPBC a montré les meilleures performances en terme de temps de réponse.

Les travaux de recherche effectués dans le cadre de cette thèse ont contribué à l'apport dans le monde académique et nous espérons également que leurs facilités d'utilisation pourront être étendues dans un environnement industriel. A travers les résultats présentés ci-dessus, nous avons pu apporter des méthodes systématiques pour modéliser, analyser et commander les convertisseurs DC-DC. Cela a montré qu'il est nécessaire de prendre en compte la loi de commande envisa-



gée dès la phase de modélisation. De plus, nous avons pu donner une vision sur l'applicabilité ou l'exploitation de plusieurs principes de modélisation et de commande non linéaire pour les convertisseurs DC-DC en gardant à l'esprit d'aboutir à un équilibre entre les compromis théorique/pratique raisonnable afin de pouvoir implanter expérimentalement les lois de commande finalement obtenues. Notons que les approches de la passivité reposent sur des modèles et des concepts qui peuvent être assez facilement interprétés physiquement, comme par exemple la notion d'amortissement.

Cette thèse a ouvert la porte à plusieurs perspectives non seulement au sens académique, mais aussi industriel.

- Dans les phases de modélisation et analyse, d'autres modèles peuvent être envisagés et comparés entre eux afin de pouvoir mieux traduire le comportement des convertisseurs DC-DC et les caractériser du point de vue de l'automatique.
- Pour l'observateur par modes glissants, la preuve de stabilité globale du système complet comportant la commande et l'observation sont à approfondir afin de garantir théoriquement la stabilité au sens large.
- Concernant la commande par les outils de la passivité, il sera intéressant de synthétiser un estimateur de charge pour la commande PI passive, tout en démontrant la stabilité asymptotique au sens large. Pour la commande IDAPBC, il sera aussi intéressant de définir une classe de modèles auxquels la méthode peut être appliquée d'une part, et améliorer la démonstration de la stabilité au sens large d'autre part, par une preuve mathématique moins conservatrice et plus rigoureuse qui prend en compte l'expression explicite de la loi de commande. Par ailleurs, comme l'observateur et l'estimateur sont synthétisés séparément, un axe de travail intéressant sera de poursuivre une synthèse en une seule dynamique.
- Enfin, toutes les approches ont été proposées pour le mode de conduction continue. Un axe de travail important et intéressant est de les établir pour les deux modes de conduction continue/discontinue tout en assurant une bonne commutation en régime transitoire entre ces deux modes.

# Bibliographie

- [AFJ<sup>+</sup>07] S. Almér, H. Fujioka, U. Jönsson, C. Y. Kao, D. Patino, P. Riedinger T. Geyer, A. Beccuti, G. Papafotiou, M. Morari A. Wernrud, and A. Rantzer. Hybrid control techniques for switched-mode DC-DC converters part i : The step-down topology. In *American Control Conference*, pages 5450–5457, NY, USA, July 2007. 28
- [AKO08] Alessandro Astolfi, Dimitrios Karagiannis, and Romeo Ortega. *Nonlinear and adaptive control with applications*. Springer-Verlag, 2008. 137, 138, 139, 141, 142, 143, 145
- [AMF03] Dominique Alejo, Pascal Maussion, and Jean Faucher. A simple model estimator for multiple model control. buck dc-dc converter application. In *11th IEEE Mediterranean Conference on Control and Automation*, Rhodes, Greece, June 2003. 78, 97
- [BEFB94] S. Boyd, L. ElGhaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan. *Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory*, volume 15. SIAM Studies in Applied Mathematics, Philadelphia, 1994. 153
- [BM95] J. M. Burdio and A. Martinez. A unified discrete-time state-space model for switching converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 10(6) :694–707, November 1995. 27
- [BPF09] V. Brégeault, F. Plestan, and L. Fridman. A new structure for a non linear oberver : a sliding mode based solution. In *European Control Conference*, pages 5033–5038, Budapest, Hungary, 2009. 91
- [Bus99] S. Buso. Design of a robust voltage controller for a buck-boost converter using  $\mu$ -synthesis. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 7(2) :222–229, 1999. 88, 97
- [CEM01] J. Chen, R. Erickson, and D. Maksimovic. Averaged switch modeling of boundary conduction mode Dc-to-Dc converters. In *27th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, pages 844–849, 2001. 16

- [ĆM77] S. Ćuk and R. D. Middlebrook. A general unified approach to modeling switching DC-to-DC converters in discontinuous conduction mode. In *IEEE Power Electron. Spec. Conf.*, pages 36–57, 1977. 11, 13, 97
- [DJ01] A. Davoudi and J. Jatskevich. Realization of parasitics in state-space average-value modeling of PWM DC-DC converters. In *IEEE Power Electronics Specialist Conference*, volume 3, pages 1736–1741, 2001. 21
- [DJR06] A. Davoudi, J. Jatskevich, and T. De Rybel. Numerical state-space average-value modeling of PWM DC-DC converters operating in DCM and CCM. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 21(4) :1003–1012, July 2006. 22
- [DKK09] D. Delouche, R. Kajdan, and F. Kratz. Nonlinear observers design for state estimation of discrete-time nonlinear systems. In *European Control Conference*, pages 5039–5044, Budapest, Hungary, 2009. 91
- [DSO08] D.A. Dirks, J.M.A. Scherpen, and R. Ortega. Interconnection and Damping Assignment Passivity-Based Control for Port-Hamiltonian mechanical systems with only position measurements. In *Conference on Decision and Control*, pages 4957–4962, Cancun, Mexico, December 2008. 104, 116, 129
- [Ejj10] Kamal Ejjabraoui. *Contribution à la conception de systèmes mécatroniques automobiles : méthodologie de prédimensionnement multi-niveau multiphysique de convertisseurs de puissance*. PhD thesis, SUPELEC, Gif sur Yvette, France, December 2010. 49
- [Eri97] R. W. Erickson. Advances in averaged switch modeling. In *4th Brazilian Congress of Power Electronics*, page Invited paper, December 1997. 16
- [EvdSO99] Gerardo Escobar, Arjan J. van der Schaft, and Romeo Ortega. A Hamiltonian viewpoint in the modeling of switching power converters. *Automatica*, 35 :445–452, 1999. 98, 104, 143
- [FA99] Chung-Chieh Fang and E. H. Abed. Sampled-data modeling and analysis of closed-loop PWM DC-DC converters. In *IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, volume 5, pages 110–115, 1999. 27
- [FL06] M. Fadel and A. Llor. Fixed frequency sliding mode control for boost converter. In *IEEE EPE-PEMC*, pages 957–960, Portoroz, 2006. 64

- [fPEE06] European Center for Power Electronics (ECPE). Ecpe demonstrator programs. Available online at "<http://www.ecpe.org>", June 2006. 7
- [FPW90] G. F. Franklin, J. D. Powell, and M. L. Workman. *Digital Control of Dynamic Systems*. Addison-Wesley, Reading, MA, 1990. 23
- [Gey05] T. Geyer. *Low Complexity Model Predictive Control in Power Electronics and Power Systems*. PhD thesis, no. 15953, ETH, Zurich, Switzerland, 2005. 28
- [GPM08] T. Geyer, G. Papafotiou, and M. Morari. Hybrid model predictive control of the step-down dc-dc converter. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 16(6) :1112–1124, November 2008. 28
- [GSZ02] I. Gadoura, T. Suntio, and K. Zenger. Model uncertainty and robust control of paralleled dc/dc converters. In *IEE International Conference on Power Electronics, Machines and Drives*, Bath, UK, 2002. 97
- [Guo09] S. Guo. *High Performance Digital Controller for High-Frequency Low-Power Integrated DC/DC SMPS*. Ph. d. dissertation, INSA de Lyon, Lyon, France, April 2009. 70
- [HBY89] F. Huliehel and S. Ben-Yaakov. Low-frequency sampled-data models of switched mode DC-DC converters. In *IEEE Power Electronics Specialists Conference*, pages 492–499, June 1989. 23
- [HGOcLLE10] Michael Hernandez-Gomez, Romeo Ortega, Françoise Lamnabhi-Lagarrigue, and Gerardo Escobar. Adaptive PI stabilization of switched power converters. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 18(3) :688–698, 2010. 133, 134, 138, 143, 149
- [HL06] Y. He and F. L. Luo. Sliding-mode control for dc-dc converters with constant switching frequency. *IEE Proceedings on Control Theory Applications*, 153(1) :37–45, 2006. 64, 97
- [HXL89] S. Huang, H. Xu, and Y. Liu. Sliding mode controlled cuk switching regulator with fast response and first order dynamic characteristic. In *IEEE PESC Records*, pages 124–129, Milwaukee, WI, USA, 1989. 64
- [JOGCC07] B. Jayawardhana, R. Ortega, E. Garcia-Canseco, and F. Castanos. Passivity of nonlinear incremental systems : Application to

- PI stabilization of nonlinear RLC circuits. *Systems & Control Letters*, 56 :618–622, 2007. 128, 143
- [KBBL90] P. T. Krein, J. Bentsman, R. M. Bass, and B. L. Lesieutre. On the use of averaging for the analysis of power electronic systems. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 5(2) :182–190, April 1990. 16
- [Kha02] H. K. Khalil. *Nonlinear systems*. Prentice Hall, New Jersey, third edition edition, 2002. 63, 66, 98, 110, 112, 113, 149
- [KPAY06] M.C. Kim, S.K. Park, H.G. Ahn, and S.S. Yoon. Robust Passivity Based Control with Sliding Mode for DC-to-DC Converters. In *IEEE International Conference on Industrial Technology*, pages 1690–1693, 2006. 99, 114
- [LB96] B. Lehman and R. M. Bass. Switching frequency dependent averaged models for PWM dc-dc converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 11(1) :89–98, January 1996. 18
- [Lee85] Y. S. Lee. A systematic and unified approach to modeling switches in switch-mode power supplies. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, IE-32 :445–448, 1985. 16
- [LFRSR10] Jesús Linares-Flores, Johann Reger, and Hebertt Sira-Ramírez. Load torque estimation and Passivity-Based Control of a Boost-Converter/DC-motor combination. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 18(6) :1398–1405, 2010. 129
- [LMK00] H. Lee, P. Mok, and W. H. Ki. A novel voltage-control scheme for low voltage dc-dc converters with fast transient recovery. In *IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, Geneva, Switzerland, May 2000. 97
- [LRAMSVO01] J. Leyva-Ramos, J. Alberto Morales-Saldana, and O. Vital-Ochoa.  $\mu$ -stability analysis for current-programmed regulators. *Journal of Applied Mathematics and Computation*, 120(1-3) :3–14, 2001. 88, 97
- [Mag04] J. F. Magni. Linear fractional representation toolbox. modelling, order reduction, gain scheduling. Technical report tr 6/08162 dcsc, ONERA - Systems Control and Flight Dynamics Department, Toulouse, France, July 2004. 88
- [MC76] R. D. Middlebrook and S. Čuk. A general unified approach to modeling switching power converter stages. In *IEEE PESC Rec.*, pages 18–34, Cleveland, OH, USA, 1976. 11, 97

- [MC09] Hervé Morel and Jean-Pascal Cambronner. Prospective document seeds. Technical report, SEEDS - GdR No. 2994, Available online at "<http://www.seedsresearch.eu/documents/10548/8fad88df-5db3-45ee-9ba0-978097422f3f>", May 2009. 7
- [ME96] J. Mahdavi and A Emaadi. Sliding-Mode Control of PWM Ćuk converter. In *IEE Power Electronics and Variable Speed Drives*, Nottingham, UK, 1996. 64, 74, 97
- [MEBE97] J. Mahdavi, A. Emaadi, M.D. Bellar, and M. Ehsani. Analysis of power electronic converters using the generalized state-space averaging approach. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I : Fundamental Theory and Applications*, 44(8) :767–770, August 1997. 19
- [MET97] J. Mahdavi, A. Emaadi, and H. A. Toliyat. Application of state space averaging method to sliding mode control of pwm dc/dc converters. In *IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*, pages 820–827, New Orleans, Louisiana, USA, 1997. 64
- [MRST95] L. Malesani, L. Rossetto, G. Spiazzi, and P. Tenti. Performance optimization of Ćuk converters by sliding-mode control. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 10(3) :302–309, May 1995. 64
- [Nay73] A. H. Nayfeh. *Perturbation Methods*. Wiley, New York, 1973. 16, 17
- [Nic96] Bruno Nicolas. *Contribution à la commande des convertisseurs statiques : Définition de lois de commutation à l'aide de la théorie des modes glissants*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, Toulouse, France, Septembre 1996. 64
- [NTM01] G. Nirgude, R. Tirumala, and N. Mohan. A new, large-signal average model for single-switch dc-dc converters operating in both CCM and DCM. In *IEEE Power Electron. Spec. Conf.*, volume 3, pages 1736–1741, 2001. 16
- [OGC04] Romeo Ortega and Eloisa Garcia-Canseno. Interconnection and damping assignment passivity-based control : A survey. *European Journal of Control*, 10(5) :432–450, 2004. 110, 116, 129
- [OLA<sup>+</sup>10] C. Olalla, R. Leyva, A. El Aroudi, P. Garcés, and I. Queinnec. Lmi robust control design for boost pwm converters. *IET Power Electronics*, 3(1) :75–85, 2010. 31

- [OLNSR98] Romeo Ortega, Antonio Loria, Per J Nicklasson, and Hebertt Sira-Ramírez. *Passivity-based control of Euler-Lagrange systems. Mechanical, electrical and electromechanical applications*. Springer-Verlag, 1998. 98, 99, 104, 110, 114, 116, 125
- [PGM04] G. Papafotiou, T. Geyer, and M. Morari. Hybrid modeling and optimal control of switch-mode dc-dc converters. In *IEEE Workshop on Computers in Power Electron.*, Champaign, IL, USA, 2004. 28
- [PL01] E. Panteley and A. Loria. Growth rate conditions for stability of cascaded time-varying systems. *Automatica*, 37(3) :453–460, 2001. 148
- [RG06] Aaron Radke and Zhiqiang Gao. A survey of state and disturbance observers for practitioners. In *American Control Conference*, pages 5183–5188, Minneapolis, Minnesota, USA, June 2006. 91, 137
- [RO95] H. Sira Ramírez and R. Ortega. Passivity-based controllers for the stabilization of DC-to-DC power converters. In *Conference on Decision and Control*, pages 3471–3476, New Orleans, LA, USA, December 1995. 99, 114
- [RSH03] V. Rajasekaran, J. Sun, and B. S. Heck. Bilinear discrete-time modeling for enhanced stability prediction and digital control design. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 18(1) :381–389, 2003. 24
- [SFH<sup>+</sup>10] H Sutiksno, M. Fadel, Y. Haroen, M. Ashari, and H.P. Mauridhi. Load current control for three-phase power converter svpwm with current-regulation. In *14th International Power Electronics and Motion Control Conference (EPE/PEMC)*, pages 191–195, Surabaya, Indonesia, September 2010. 97
- [SFS04] A. Sabanovic, L. Fridman, and S. Spurgeon. *Variable Structure Systems : from Principles to Implementation*. IEE, London, UK, 2004. 72, 91
- [SMG<sup>+</sup>98] J. Sun, D. M. Mitchell, M. F. Greuel, P. T. Krein, and R. M. Bass. Modeling of PWM converters in discontinuous conduction mode : A reexamination. In *IEEE Power Electronics Specialist Conference*, volume 1, pages 615–622, 1998. 19
- [SMG<sup>+</sup>01] J. Sun, D. M. Mitchell, M. F. Greuel, P. T. Krein, and R. M. Bass. Averaged modeling of PWM converters operating in discontinuous conduction mode. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 16(4) :482–492, July 2001. 19

- [SNLV91] S. R. Sanders, J. M. Noworolski, X. Z. Liu, and G. C. Verghese. Generalized averaging method for power conversion circuits. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 6(2) :251–259, April 1991. 18
- [Son03] E. D. Sontag. A remark on the converging-input converging-output property. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 48(2) :13–314, 2003. 148
- [SS90] P. Seibert and R. Suarez. Global stabilization of nonlinear cascaded systems. *Systems & Control Letters*, 14 :347–352, 1990. 148
- [SS09] R. Stadlmayr and K. Schlacher. An energy-based control strategy for DC/DC power converters. In *European Control Conference*, pages 3967–3972, Budapest, Hungary, August 2009. 129
- [Su05] Juing-Huei Su. Comparisons on discrete-time modeling techniques of DC-DC switching converters. *Journal of The Chinese Institute of Engineers*, 5(28) :893–898, September 2005. 25
- [Sun00] J. Sun. Unified averaged switch models for stability analysis of large distributed power systems. In *APEC*, volume 1, pages 249–255, 2000. 16
- [SV92] S. Sanders and G. Verghese. Lyapunov-based control for switched power converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 7(1) :17–24, January 1992. 128, 143
- [TLT06] S. C. Tan, Y. M. Lai, and C. K. Tse. A unified approach to the design of PWM-based sliding-mode voltage controllers for basic DC-DC converters in continuous conduction mode. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 53(8) :1816–1827, 2006. 64, 70, 97
- [TLT08] S. C. Tan, Y. M. Lai, and C. K. Tse. General design issues of sliding-mode controllers in dc-dc converters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 55(3) :1160–1174, March 2008. 76
- [UI08] M. Usman-Iftikhar. *Contribution à la modélisation des convertisseurs continu/continu dans une perspective de commande - Influence du filtre d'entrée*. PhD thesis, SUPELEC, Gif sur Yvette, France, 2008. 4
- [Utk93] V. J. Utkin. Sliding mode control design principles and applications to electric drives. *IEEE transactions on Industrial Electronics*, 40(1) :23–36, 1993. 63, 65, 97



- [VEK86] G.C. Verghese, M. Elbuluk, and J.G. Kassakian. A general approach to sample-data modeling for power electronic circuits. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 1(2) :76–89, 1986. 24
- [Vor90a] V. Vorpérian. Simplified analysis of PWM converters using model of PWM switch, part i : Continuous conduction mode. *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, 26(3) :490–496, May 1990. 13
- [Vor90b] V. Vorpérian. Simplified analysis of PWM converters using model of PWM switch, part ii : Discontinuous conduction mode. *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, 26(3) :497–505, May 1990. 13
- [Vor06] V. Vorpérian. Analyzing the sepic converter. Available online at "www.switchingpowermagazine.com", 2006. Ridley Engineering Inc. 55
- [VRAGL10] Cristina Vlad, Pedro Rodriguez-Ayerbe, Emmanuel Godoy, and Pierre Lefranc. A hybrid model for buck converter operating in continuous and discontinuous conduction modes. In *IEEE Industrial Electronics Society Conference*, Glendale, AZ, USA, November 2010. 28
- [WM73] G. W. Wester and R. D. Middlebrook. Low frequency characterization of switched DC-DC converters. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, AES-9(3) :376–385, May 1973. 13
- [ZDG96] K. Zhou, J. C. Doyle, and K. Glover. *Robust Optimal Control*. Prentice-Hall, Upper Saddle River, New Jersey, USA, 1996. 88

## **Résumé :**

L'utilisation des convertisseurs de puissance pour des applications de la vie quotidienne devient de plus en plus importante. Les applications technologiques actuelles demandent simultanément un haut niveau de précision et de performance, ainsi les convertisseurs DC-DC ont un rôle très important dans les systèmes nécessitant la conversion et l'adaptation du niveau d'énergie. Nous nous intéressons dans le cadre des travaux de cette thèse à une analyse des approches de modélisation et de synthèse de loi de commande permettant d'assurer la stabilité et un certain niveau de performances dans l'ensemble du domaine de fonctionnement défini par un cahier des charges tout en prenant en compte la problématique de leur application dans un environnement industriel. L'objectif de nos travaux de recherche est donc de proposer des lois de commandes dont la synthèse est fondée sur une approche formalisée {modélisation + commande} en vue d'obtenir des lois de commande adaptées au point de fonctionnement. Les principes exploités sont fondés sur la commande et l'observation par modes glissants d'une part, et sur la théorie de passivité pour la synthèse des lois de commande, complétées par un couple {observateur d'état + estimateur de charge} dont la synthèse est fondée sur l'exploitation des principes d'immersion et d'invariance, d'autre part. Le souci de la validation expérimentale et de l'implantation des structures de commande avec du matériel disponible industriellement a été en permanence un fil conducteur. Pour démontrer l'efficacité des méthodes proposées, leur application expérimentale a été effectuée sur un convertisseur de type SEPIC. Ce convertisseur présente plusieurs avantages par rapport à autres convertisseurs. Cependant, il reste peu exploité, en dépit de ces avantages, en raison des difficultés pour obtenir des lois commande performantes permettant la stabilisation de sa tension de sortie dans tout l'ensemble du domaine de fonctionnement.

**Mots clés :** Convertisseurs DC-DC, SEPIC, Commande par modes glissants, Commande par Passivité, Immersion et invariance.

## **Abstract:**

The use of power converters for real life applications is continuously increasing. Technological requirements include high precision levels and very good performances at the same time, where DC-DC converters have always played an important role in energy conversion-based systems. Our interest, throughout this thesis, is to analyze modeling and control law synthesis approaches in order to provide efficient control laws that are stable within the operating range, in response to certain specifications and also taking into account the problem of being industrially applicable. The aim of our research is hence to propose control law synthesis based on formalized {modeling + control} approaches, and adaptable to the operating point change. The exploited principles deal with Sliding Mode Observation and Control on one hand, and with the Passivity theory for control law synthesis coupled with the Immersion and Invariance principle for synthesizing {observers + load estimators} on the other. Also, the ease of implementing and validating the control law structures with common hardware available in the industry has always been a main issue throughout our study. In the view of illustrating the efficacy of the proposed methods, their experimental validation has been carried out on the SEPIC. This type of converter has many advantages compared to other converters. However, despite its advantages, it is still not well-exploited due to the difficulty in obtaining control laws capable of stabilizing its output voltage within a wide operating range.

**Keywords:** DC-DC converters, SEPIC, Sliding Mode Control, Passivity-Based Control, Immersion and Invariance.

